

UNIDAD 2: Logaritmos y porcentajes. Aplicaciones
EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 34

1. Determina los siguientes logaritmos sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y $\log 3 = 0,477$ (valores aproximados):

$$a) \log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 = 0,301 + 0,477 = 0,778$$

$$b) \log \frac{4}{3} = \log 4 - \log 3 = \log 2^2 - \log 3 = 2 \log 2 - \log 3 = 2 \cdot 0,301 - 0,477 = 0,125$$

$$c) \log \sqrt{54} = \log(2 \cdot 3^3)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log(2 \cdot 3^3) = \frac{1}{2} \cdot (\log 2 + 3 \cdot \log 3) = \frac{0,301 + 3 \cdot 0,477}{2} = 0,866$$

$$d) \log 600 = \log(2 \cdot 3 \cdot 10^2) = \log 2 + \log 3 + \log 10^2 = 0,301 + 0,477 + 2 = 2,778$$

$$e) \log \frac{20}{\sqrt{12}} = \log \frac{20}{2\sqrt{3}} = \log \frac{10}{\sqrt{3}} = \log 10 - \log \sqrt{3} = 1 - \log 3^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{\log 3}{2} =$$

$$= 1 - \frac{0,477}{2} = 0,7615$$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 35

2. Calcula los siguientes logaritmos utilizando las propiedades de logaritmo y del cambio de base:

$$a) \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$b) \log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4} = \frac{3}{2}$$

$$c) \log_5 \frac{1}{125} = \log_5 5^{-3} = -3$$

$$d) \log_4 \frac{1}{32} = \frac{\log_2 \left(\frac{1}{32}\right)}{\log_2 4} = \frac{\log_2 2^{-5}}{\log_2 2^2} = \frac{-5}{2}$$

3. Calcula los siguientes logaritmos utilizando la calculadora:

$$a) \log_5 100 = \frac{\log 100}{\log 5} = \frac{2}{0,699} = 2,861$$

$$b) \log_3 243 = \log_3 3^5 = 5$$

$$c) \log_4 0,000243 = \frac{\log 0,000243}{\log 4} = -6,0034$$

4. Calcula sin utilizar la calculadora:

$$a) \log_3 5 \cdot \log_5 3 = \frac{\log 5}{\log 3} \cdot \frac{\log 3}{\log 5} = 1$$

$$b) \ln 7 \cdot \log_7 e = \frac{\log 7}{\log e} \cdot \frac{\log e}{\log 7} = 1$$

$$c) \log_3 8 \cdot \log_4 3 = \frac{\log 8}{\log 3} \cdot \frac{\log 3}{\log 4} = \frac{\log 8}{\log 4} = \frac{\log 2^3}{\log 2^2} = \frac{3 \cdot \log 2}{2 \cdot \log 2} = \frac{3}{2}$$

5. Sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y que $\log 3 = 0,477$, calcula los siguientes logaritmos:

$$a) \log_3 4 = \frac{\log 4}{\log 3} = \frac{\log 2^2}{\log 3} = \frac{2 \log 2}{\log 3} = \frac{2 \cdot 0,301}{0,477} = 1,262$$

$$b) \log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2 = 1 - 0,301 = 0,699$$

$$c) \log_6 10 = \frac{\log 10}{\log 6} = \frac{1}{\log(2 \cdot 3)} = \frac{1}{\log 2 + \log 3} = \frac{1}{0,301 + 0,477} = 1,285$$

$$d) \log_6 \sqrt{5} = \frac{\log \sqrt{5}}{\log 6} = \frac{\log 5^{1/2}}{\log(2 \cdot 3)} = \frac{\frac{1}{2} \log 5}{\log 2 + \log 3} = \frac{\log \frac{10}{2}}{2 \cdot (\log 2 + \log 3)} = \frac{\log 10 - \log 2}{2 \cdot (\log 2 + \log 3)} =$$

$$= \frac{1 - 0,301}{2 \cdot (0,301 + 0,477)} = 0,449$$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 36

6. Calcula los siguientes porcentajes:

$$a) 15\% \text{ de } 160 = \frac{15}{100} \cdot 160 = \frac{15 \cdot 160}{100} = 24$$

$$b) 2,5\% \text{ de } 30 = 0,025 \cdot 30 = 0,75$$

$$c) 130\% \text{ de } 20 = 1,3 \cdot 20 = 26$$

7. Expresa en tanto por uno los siguientes porcentajes:

$$a) 12\% = 0,12$$

$$b) 30\% = 0,3$$

$$c) 2,8\% = 0,028$$

$$d) 145\% = 1,45$$

8. Expresa en porcentaje los siguientes tantos por uno:

$$a) 0,065 = 6,5\%$$

$$b) 0,03 = 3\%$$

$$c) 0,686 = 68,6\%$$

$$d) 1,2 = 120\%$$

9. De entre los 135 perros de una perrera, 54 son perros de presa. ¿Qué porcentaje de perros de presa hay en la perrera?

$$\frac{54}{135} = 0,4 \Rightarrow \text{En la perrera hay un 40\% de perros de presa}$$

10. ¿Qué porcentaje hay que aplicarle a 5500 para obtener 1540?

$$\frac{1540}{5500} = 0,28 \Rightarrow \text{Hay que aplicar el 28\%}$$

11. El 5,3% de una cantidad es 83,74. ¿Cuál es esa cantidad?

$$5,3\% \text{ de } x = 83,74 \Rightarrow 0,053 \cdot x = 83,74 \Rightarrow x = \frac{83,74}{0,053} = 1580$$

La cantidad buscada es 1580.

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 37

12. Julián compra unos pantalones en una tienda que marcan 37 €. Si le hacen el 40% de descuento, ¿cuánto pagará por los pantalones?

Como el descuento es del 40%, el porcentaje a pagar es el 60%. Por tanto:

$$60\% \text{ de } 37 = 0,6 \cdot 37 = 22,20 \text{ €}$$

Tendrá que pagar 22,20 €.

13. En unos grandes almacenes están de rebajas al 15%. Si Ana ha comprado una blusa y le ha costado 45,90 €, ¿cuánto costaba la blusa antes de las rebajas?

Como le han rebajado un 15%, habrá pagado un 85% del precio original. Por tanto:

$$85\% \text{ de } x = 45,90 \Rightarrow 0,85 \cdot x = 45,90 \Rightarrow x = \frac{45,90}{0,85} = 54 \text{ €}$$

La blusa costaba 54 € antes de las rebajas.

14. Por un frigorífico que costaba 375 € he pagado 318,75 €. ¿Qué porcentaje de descuento me han aplicado en el establecimiento?

$$\frac{318,75}{375} \cdot 100 = 0,85 \cdot 100 = 85\%$$

El descuento aplicado ha sido del 85%.

15. Un empleado gana al mes 1548 €, a primeros de año le aplican una subida del 3,8%. ¿Cuánto ganará al mes el empleado?

$$1,038 \cdot 1548 = 1606,824$$

El empleado cobrará ahora 1606,82 €.

16. Una barra de pan que costaba 60 céntimos cuesta ahora 0,75 €. ¿Qué porcentaje ha aumentado el precio del pan?

Puesto que el precio ha aumentado en 15 céntimos, hay que calcular qué porcentaje representan esos 15 céntimos respecto del precio original de 60 céntimos.

$$\frac{15}{60} \cdot 100 = 0,25 \cdot 100 = 25\%$$

El precio del pan ha aumentado un 25%.

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 38

17. Nuria ingresa 35000 € al 8,5%. Calcula:

a) El interés obtenido al cabo de 12 años.

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{35000 \cdot 8,5 \cdot 12}{100} = 35700 \text{ €}$$

b) El interés obtenido al cabo de 30 meses.

Puesto que 30 meses es igual a 1,25 años, tenemos que:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{35000 \cdot 8,5 \cdot 1,25}{100} = 3718,75 \text{ €}$$

c) El interés obtenido al cabo de 300 días.

Convertimos 300 días en años dividiendo entre 365 y tendremos:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{35000 \cdot 8,5 \cdot \frac{300}{365}}{100} = 2445,21 \text{ €}$$

d) El interés obtenido al cabo de 1 año 2 meses y 7 días.

Teniendo en cuenta que 1 año 2 meses y 7 días es igual a $1 + \frac{2}{12} + \frac{7}{365} = 1,1858$ años:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{35000 \cdot 8,5 \cdot 1,1858}{100} = 3527,89 \text{ €}$$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 39

18. Calcula el capital que obtendríamos a los 5 años de invertir un capital de 10000 €, sin retirar los intereses cada año, con un interés del 6%.

$$C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 10000 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^5 = 13382,26 \text{ €}$$

19. Calcula el capital que obtendríamos a los 20 años de invertir un capital inicial de 54.000€ haciendo una aportación adicional a los 10 años de 30.000€.

Calculamos el capital obtenido durante los primeros diez años, suponiendo el mismo interés que en el ejercicio anterior:

$$C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 54000 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^{10} = 96705,78 \text{ €}$$

Le sumamos la aportación de 30.000 € y calculamos el capital que obtendremos pasados otros diez años:

$$C = (96\,705,78 + 30\,000) \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^{10} = 126\,705,78 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^{10} = 226\,910,75 \text{ €}$$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES DE RECAPITULACIÓN - PÁGINAS 42-44
LOGARITMO EN BASE 10

1. Sabiendo que $\log 2 = 0,301$, calcula los siguientes logaritmos sin utilizar la calculadora:

- $\log 4 = \log 2^2 = 2 \cdot \log 2 = 2 \cdot 0,301 = 0,602$
- $\log 8 = \log 2^3 = 3 \cdot \log 2 = 3 \cdot 0,301 = 0,903$
- $\log 20 = \log(2 \cdot 10) = \log 2 + \log 10 = 0,301 + 1 = 1,301$
- $\log 0,25 = \log \frac{1}{4} = \log 1 - \log 4 = -\log 2^2 = -2 \cdot \log 2 = -0,602$
- $\log 0,0025 = \log \frac{1}{400} = \log 1 - \log 400 = -\log(4 \cdot 100) = -(\log 4 + 2) = -2,601$
- $\log 2000 = \log(2 \cdot 1000) = \log 2 + \log 1000 = 0,301 + 3 = 3,301$

2. Sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y que $\log 3 = 0,477$, calcula los siguientes logaritmos sin utilizar la calculadora:

- $\log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 = 0,301 + 0,477 = 0,778$
- $\log \frac{2}{3} = \log 2 - \log 3 = 0,301 - 0,477 = -0,176$
- $\log \sqrt{2} = \log 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log 2 = \frac{1}{2} \cdot 0,301 = 0,1505$
- $\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0,301 = 0,699$
- $\log 24 = \log(2^3 \cdot 3) = \log 2^3 + \log 3 = 3 \cdot \log 2 + \log 3 = 3 \cdot 0,301 + 0,477 = 1,38$
- $\log 0,004 = \log \frac{4}{1000} = \log 4 - \log 1000 = \log 2^2 - 3 = 2 \cdot \log 2 - 3 = 2 \cdot 0,301 - 3 = -2,398$

3. Calcula los siguientes logaritmos sabiendo que $\log 2 = 0,301$; $\log 3 = 0,477$ y $\log 7 = 0,845$:

- $\log 300 = \log(3 \cdot 100) = \log 3 + \log 100 = 0,477 + 2 = 2,477$
- $\log 0,0006 = \log(6 \cdot 10^{-4}) = \log 6 + \log 10^{-4} = \log(2 \cdot 3) - 4 = \log 2 + \log 3 - 4 = 0,301 + 0,477 - 4 = -3,222$
- $\log 1400 = \log(14 \cdot 100) = \log 14 + \log 100 = \log(2 \cdot 7) + \log 100 = \log 2 + \log 7 + 2 = 0,301 + 0,845 + 2 = 3,477$
- $\log 42000 = \log(42 \cdot 1000) = \log 42 + \log 1000 = \log(2 \cdot 3 \cdot 7) + 3 = \log 2 + \log 3 + \log 7 + 3 = 0,301 + 0,477 + 0,845 + 3 = 4,623$

$$e) \log 0,00032 = \log(32 \cdot 10^{-5}) = \log 2^5 + \log 10^{-5} = 5 \log 2 - 5 = 5 \cdot 0,301 - 5 = -3,495$$

$$f) \log \sqrt{14} = \log 14^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log(2 \cdot 7) = \frac{1}{2} \cdot (\log 2 + \log 7) = \frac{1}{2} \cdot (0,301 + 0,845) = 0,573$$

4. Utiliza las propiedades de los logaritmos para expresar como un solo logaritmo:

$$a) \log 3 + \log 5 - \log 4 = \log \frac{3 \cdot 5}{4} = \log \frac{15}{4}$$

$$b) 2 \log 3 - \log 4 = \log 3^2 - \log 4 = \log 9 - \log 4 = \log \frac{9}{4}$$

$$c) -2 \log 5 + \log 15 - \frac{1}{2} \log 2 = \log 5^{-2} + \log 15 - \log 2^{\frac{1}{2}} = \log \frac{15}{5^2 \cdot \sqrt{2}} = \log \frac{3}{5 \cdot \sqrt{2}} =$$

$$= \log \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \log \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{5 \cdot 2} = \log \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{10}$$

$$d) 3 \log 5 - \frac{1}{4} \log 2 + \frac{1}{2} \log 25 = \log 5^3 - \log 2^{\frac{1}{4}} + \log 25^{\frac{1}{2}} = \log 5^3 - \log \sqrt[4]{2} + \log 5 = \log \frac{5^4}{\sqrt[4]{2}} =$$

$$= \log \frac{5^4}{\sqrt[4]{2}} = \log \frac{5^4 \cdot \sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2^3}} = \log \frac{5^4 \cdot \sqrt[4]{2^3}}{2}$$

5. Utiliza las propiedades de los logaritmos para desarrollar las siguientes expresiones:

$$a) \log \frac{x\sqrt{a}}{b^3} = \log x + \log \sqrt{a} - \log b^3 = \log x + \log a^{\frac{1}{2}} - 3 \log b = \log x + \frac{1}{2} \log a - 3 \log b$$

$$b) \log \frac{a^3 b}{\sqrt{c}} = \log a^3 + \log b - \log \sqrt{c} = 3 \log a + \log b - \log c^{\frac{1}{2}} = 3 \log a + \log b - \frac{1}{2} \log c$$

$$c) \log \left(x^2 \frac{a\sqrt[4]{c}}{b^3} \right) = \log x^2 + \log a + \log \sqrt[4]{c} - \log b^3 = \log x^2 + \log a + \log c^{\frac{1}{4}} - \log b^3 =$$

$$= 2 \log x + \log a + \frac{1}{4} \log c - 3 \log b$$

LOGARITMO EN BASE a

6. Calcula los siguientes logaritmos sin utilizar la calculadora:

$$a) \log_3 27 = \log_3 3^3 = 3$$

$$b) \log_2 128 = \log_2 2^7 = 7$$

$$c) \log_2 \sqrt{8} = \log_2 8^{\frac{1}{2}} = \log_2 (2^3)^{\frac{1}{2}} = \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$d) \log_5 0,008 = \log_5 \frac{8}{1000} = \log_5 \frac{1}{125} = -3$$

$$e) \log_4 \frac{1}{64} = \log_4 4^{-3} = -3$$

$$f) \log_5 \sqrt[5]{0,008} = \log_5 \left(\frac{1}{125} \right)^{\frac{1}{5}} = \log_5 5^{-\frac{3}{5}} = -\frac{3}{5}$$

7. Determina los siguientes logaritmos sin utilizar la calculadora:

$$a) \log_3 \sqrt{27} = \log_3 27^{\frac{1}{2}} = \log_3 (3^3)^{\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$b) \log_{16} \frac{1}{8} = \frac{\log_2 \frac{1}{8}}{\log_2 16} = \frac{-3}{4}$$

$$c) \log_4 \sqrt{8} = \log_4 2^{\frac{3}{2}} = \frac{\log_2 2^{\frac{3}{2}}}{\log_2 4} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

$$d) \log_4 \frac{1}{2} = \frac{\log_2 \frac{1}{2}}{\log_2 4} = \frac{-1}{4}$$

$$e) \log_3 \frac{81}{\sqrt[4]{3}} = \log_3 \frac{3^4}{\sqrt[4]{3}} = \log_3 3^{4-\frac{1}{4}} = \log_3 3^{\frac{15}{4}} = \frac{15}{4}$$

$$f) \log_9 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 9} = \frac{3}{2}$$

8. Determina los siguientes logaritmos sin utilizar la calculadora:

$$a) \log_{25} \sqrt{5} = \frac{\log_5 \sqrt{5}}{\log_5 25} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$b) \log_{25} 0,008 = \log_{25} \frac{1}{125} = \frac{\log_5 \frac{1}{125}}{\log_5 25} = \frac{-3}{2}$$

$$c) \log_{25} \sqrt[4]{0,008} = \log_{25} \left(\frac{1}{125} \right)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_{25} \left(\frac{1}{125} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{-3}{2} = -\frac{3}{8}$$

$$d) \log_{\sqrt{6}} \frac{1}{36} = \frac{\log_6 \frac{1}{36}}{\log_6 \sqrt{6}} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -4$$

$$e) \log_9 \sqrt{3} = \frac{\log_3 \sqrt{3}}{\log_3 9} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$f) \log_{25} \frac{125}{\sqrt{3125}} = \log_{25} \frac{5^3}{5^{\frac{5}{2}}} = \log_{25} 5^{3-\frac{5}{2}} = \log_{25} 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{25} 5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$g) \log_9 \frac{27}{\sqrt{3}} = \log_9 \frac{3^3}{3^{\frac{1}{2}}} = \log_9 3^{3-\frac{1}{2}} = \log_9 3^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} \log_9 3 = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

$$h) \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt[3]{32} = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2^{\frac{5}{3}} = \frac{\log_2 2^{\frac{5}{3}}}{\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\log_2 2^{\frac{5}{3}}}{\log_2 2^{-\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{5}{3}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{10}{3}$$

9. Utiliza el cambio de base para expresar los siguientes logaritmos en base 10 y calcula su valor utilizando la calculadora:

$$a) \log_5 8 = \frac{\log 8}{\log 5} = 1,292$$

$$b) \log_3 5 = \frac{\log 5}{\log 3} = 1,465$$

$$c) \log_{0,5} \frac{3}{4} = \frac{\log \frac{3}{4}}{\log 0,5} = 0,415$$

$$d) \log_3 100 = \frac{\log 100}{\log 3} = \frac{2}{\log 3} = 4,192$$

10. Utiliza el cambio de base para expresar los siguientes logaritmos en base e y calcula su valor utilizando la calculadora:

$$a) \log 10000 = \frac{\ln 10000}{\ln 10} = 4$$

$$b) \log_4 5 = \frac{\ln 5}{\ln 4} = 1,161$$

$$c) \log e^2 = \frac{\ln e^2}{\ln 10} = \frac{2}{\ln 10} = 0,869$$

$$d) \log_2 32 = \frac{\ln 32}{\ln 2} = 5$$

11. Utilizar las propiedades de los logaritmos para calcular las siguientes expresiones sin utilizar la calculadora:

$$a) \log_3 24 - 3 \log_3 2 = \log_3 24 - \log_3 2^3 = \log_3 \frac{24}{2^3} = \log_3 \frac{2^3 \cdot 3}{2^3} = \log_3 3 = 1$$

$$b) \log_2 \sqrt{12} - \log_2 9 + \log_2 \sqrt{27} = \log_2 \frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{27}}{9} = \log_2 \frac{\sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 3^3}}{3^2} = \log_2 \frac{\sqrt{2^2 \cdot 3^4}}{3^2} = \\ = \log_2 \frac{2 \cdot 3^2}{3^2} = \log_2 2 = 1$$

$$c) 2 \log_2 4 + \log_2 4 \cdot \log_4 2 = 2 \cdot 2 + \frac{\log 4}{\log 2} \cdot \frac{\log 2}{\log 4} = 4 + 1 = 5$$

PORCENTAJES

12. Expresa en tanto por uno los siguientes porcentajes:

$$a) \quad 23\% = \frac{23}{100} = 0,23$$

$$b) \quad 12,5\% = \frac{12,5}{100} = 0,125$$

$$c) \quad 124\% = \frac{124}{100} = 1,24$$

13. Expresa en tanto por ciento los siguientes tantos por uno:

$$a) \quad 0,23 = \frac{23}{100} = 23\%$$

$$b) \quad 0,345 = \frac{34,5}{100} = 34,5\%$$

$$c) \quad 0,025 = \frac{2,5}{100} = 2,5\%$$

14. Calcula los siguientes porcentajes utilizando el tanto por uno:

$$a) \quad 2,5\% \text{ de } 485 = 0,025 \cdot 485 = 12,125$$

$$b) \quad 3\% \text{ de } 34 = 0,03 \cdot 34 = 1,02$$

$$c) \quad 48\% \text{ de } 9800 = 0,48 \cdot 9800 = 4704$$

$$d) \quad 0,5\% \text{ de } 35000 = 0,005 \cdot 35000 = 175$$

15. Calcula la incógnita en las siguientes expresiones:

$$a) \quad x\% \text{ de } 350 = 10,5; \quad x = \frac{10,5}{350} \cdot 100 = 3\%$$

$$b) \quad x\% \text{ de } 1250 = 400; \quad x = \frac{400}{1250} \cdot 100 = 32\%$$

$$c) \quad x\% \text{ de } 45 = 0,54; \quad x = \frac{0,54}{45} \cdot 100 = 1,2\%$$

$$d) \quad x\% \text{ de } 40 = 8; \quad x = \frac{8}{40} \cdot 100 = 25\%$$

$$e) \quad x\% \text{ de } 56 = 1,96; \quad x = \frac{1,96}{56} \cdot 100 = 3,5\%$$

$$f) \quad x\% \text{ de } 1100 = 990; \quad x = \frac{990}{1100} \cdot 100 = 90\%$$

16. Calcula la incógnita en las siguientes expresiones:

$$a) \quad \text{El } 5\% \text{ de } x \text{ es } 25 \Rightarrow x = 25 : 0,05 = 500$$

- b) El 2,8% de x es 4,2 $\Rightarrow x = 4,2 : 0,028 = 150$
 c) El 35% de x es 241,5 $\Rightarrow x = 241,5 : 0,35 = 690$
 d) El 125% de x es 450 $\Rightarrow x = 450 : 1,25 = 360$

17. Calcula los siguientes porcentajes:

- a) El 7% del 5% de 150 $= 0,07 \cdot 0,05 \cdot 150 = 0,525$
 b) El 5% del 7% de 150 $= 0,05 \cdot 0,07 \cdot 150 = 0,525$
 c) El 12% del 53% de 1250 $= 0,12 \cdot 0,53 \cdot 1250 = 79,5$
 d) El 53% del 12% de 1250 $= 0,53 \cdot 0,12 \cdot 1250 = 79,5$
 e) El 24% del 35% de 3500 $= 0,24 \cdot 0,35 \cdot 3500 = 294$
 f) El 35% del 24% de 3500 $= 0,35 \cdot 0,24 \cdot 3500 = 294$

18. A la vista del ejercicio anterior, ¿qué es mejor, el 50% del 3% de 18 000 o el 3% del 50% de 18 000? Razona tu respuesta.

Ambas cantidades son iguales ya que, si efectuamos la operación utilizando tantos por uno se trata de una multiplicación de tres factores. La propiedad conmutativa nos asegura que no importa en qué orden se haga esa operación: $0,50 \cdot 0,03 \cdot 18000 = 0,03 \cdot 0,50 \cdot 18000 = 270$.

19. Calcula los siguientes porcentajes:

- a) El 12% del 20% del 10% de 1200 $= 0,12 \cdot 0,2 \cdot 0,1 \cdot 1200 = 2,88$
 b) El 2% del 5% del 3% de 2300 $= 0,02 \cdot 0,05 \cdot 0,03 \cdot 2300 = 0,069$

PORCENTAJES DE DESCUENTO Y AUMENTO
20. Si le hace un descuento del 15% a un artículo que cuesta 35 €, ¿cuánto te descuentan?

Si se aplica un 15% de descuento, la cantidad descontada es: $0,15 \cdot 35 = 5,25$ €.

21. En un establecimiento están haciendo el 12% de descuento. ¿Cuánto tendremos que pagar por un artículo que costaba 42€?

Existen dos formas de calcular el precio final:

Podemos calcular el descuento como el 12% de 42 $= 0,12 \cdot 42 = 5,04$ € y sustraerlo del precio original, por lo que el precio final sería de $42 - 5,04 = 36,96$ €.

Alternativamente, podemos razonar que si descuentan el 12% la cantidad pagada será el 88% del precio original, por lo que el precio final sería de $0,88 \cdot 42 = 36,96$ €.

22. Por un artículo que costaba 43 € he pagado 36,12 €. ¿Qué porcentaje de descuento me han aplicado?

La cantidad descontada ha sido de $43 - 36,12 = 6,88$ € y por tanto el porcentaje de rebaja ha sido:

$$\frac{6,88}{43} \cdot 100 = 16\%$$

Alternativamente, podemos calcular el porcentaje que corresponde a la cantidad pagada:

$$\frac{36,12}{43} \cdot 100 = 84\%$$

y, por tanto, el porcentaje de descuento ha sido del $100 - 84 = 16\%$.

- 23. Me han hecho el 12% de descuento por un artículo y he pagado 36,96 €. ¿Cuánto costaba el artículo sin rebajar?**

Puesto que el descuento ha sido del 12%, la cantidad pagada se corresponde con el 88% del total. Por tanto, el artículo sin rebajar costaba:

$$36,96 : 0,88 = 42 \text{ €}$$

- 24. Un empleado cobra 1 240 € al mes. Si le suben un 12% el salario, ¿cuánto cobrará ahora al mes?**

Podemos calcular directamente el resultado teniendo en cuenta que si le suben un 12% pasará a cobrar un $100 + 12 = 112\%$ de lo que cobraba antes. Por tanto, su nuevo salario será:

$$112\% \text{ de } 1240 = 1,12 \cdot 1240 = 1388,80 \text{ €}.$$

- 25. Un empleado que cobraba 2 100 € al mes cobra ahora 2 247€. ¿Qué porcentaje ha subido su salario?**

Puesto que $\frac{2247}{2100} \cdot 100 = 107\%$, su nuevo salario es un 107% del anterior, por lo que la subida ha sido de un 7%.

- 26. Me han subido el 4,2%. Si ahora cobro 1 823,5 €, ¿cuánto cobraba antes de la subida?**

Puesto que el nuevo salario es el 104,2% del salario anterior, antes cobraba: $1823,5 : 1,042 = 1750 \text{ €}$

- 27. Un artículo que cuesta 12 € lo subimos un 5% para después volver a rebajarlo un 5%. ¿Cuánto cuesta ahora el artículo?**

Para realizar la subida calculamos el 105% del precio original y para la rebaja el 95% del resultado. Por tanto, debemos calcular el 95% del 105% de 12:

$$95\% \text{ del } 105\% \text{ de } 12 = 0,95 \cdot 1,05 \cdot 12 = 11,97 \text{ €}.$$

- 28. A un artículo que costaba 36 € se le aplica un descuento del 15% y luego lo subimos un 15%. ¿Cuánto cuesta ahora el artículo?**

Para realizar la rebaja calculamos el 85% del precio original y para la rebaja el 115% del resultado. Por tanto, debemos calcular el 115% del 85% de 36:

$$115\% \text{ del } 85\% \text{ de } 36 = 1,15 \cdot 0,85 \cdot 36 = 35,19 \text{ €}.$$

INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

- 29. Calcula el interés simple que genera un capital de 2 000 € al 2,7% de rédito durante 3 años.**

Aplicando la fórmula del interés simple, tenemos que: $i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{2000 \cdot 2,7 \cdot 3}{100} = 162 \text{ €}$

- 30. Calcula el interés simple que genera un capital de 3 500 € al 8,4% de rédito durante 5 años.**

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3500 \cdot 8,4 \cdot 5}{100} = 1470 \text{ €}$$

31. Calcula el interés simple que genera un capital de 12 000 € al 4,5% durante 7 meses.

En este caso, $t = \frac{7}{12}$ años. Por tanto: $i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{12000 \cdot 4,5 \cdot \frac{7}{12}}{100} = 315 \text{ €}$

32. Calcula el interés simple que genera un capital de 34 000 € al 5,8% durante 15 meses.

Hay que tener en cuenta que, en este caso, $t = \frac{15}{12} = 1,25$ años. Por tanto:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{34000 \cdot 5,8 \cdot 1,25}{100} = 2465 \text{ €}$$

33. Calcula el interés simple que genera un capital de 450 € al 16% durante 20 meses.

Hay que tener en cuenta que, en este caso, $t = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$ años. Por tanto:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{450 \cdot 16 \cdot \frac{5}{3}}{100} = 120 \text{ €}$$

34. Calcula el interés simple que genera un capital de 23 900 € al 5,7% durante 300 días.

Expresamos el tiempo en años: $t = \frac{300}{365}$ y aplicamos la fórmula del interés simple:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{23900 \cdot 5,7 \cdot \frac{300}{365}}{100} = 1119,70 \text{ €}$$

35. Calcula el interés simple que genera un capital de 4 850 € al 7,2% durante 710 días.

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{4850 \cdot 7,2 \cdot \frac{710}{365}}{100} = 679,27 \text{ €}$$

36. Calcula el interés simple que genera un capital de 3 200 € al 5,3% durante 10 meses y 12 días.

Expresamos el tiempo en años: $t = \frac{10}{12} + \frac{12}{365}$ y aplicamos la fórmula del interés simple:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3200 \cdot 5,3 \cdot \left(\frac{10}{12} + \frac{12}{365} \right)}{100} = 146,91 \text{ €}$$

37. Calcula el interés simple que genera un capital de 12 000 € al 2,8% durante 2 años 6 meses y 10 días.

Expresamos el tiempo en años: $t = 2 + \frac{6}{12} + \frac{10}{365}$ y aplicamos la fórmula del interés simple:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{12000 \cdot 2,8 \cdot \left(2 + \frac{6}{12} + \frac{10}{365}\right)}{100} = 849,21 \text{ €}$$

38. Si un capital al 3,5% genera 175 € en 2 años, ¿qué cantidad de dinero es el capital invertido?

Despejando en la fórmula del interés simple, tenemos que: $i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow C = \frac{i \cdot 100}{r \cdot t}$. Por tanto:

$$C = \frac{i \cdot 100}{r \cdot t} = \frac{175 \cdot 100}{3,5 \cdot 2} = 2500 \text{ €}$$

39. Calcula el capital que obtendríamos a los 5 años y 7 meses e invertir un capital de 35 000 € sin retirar los intereses cada año, con un interés del 8%.

Puesto que no retiramos los intereses cada año, se trata de un interés compuesto, por lo cual:

$$C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 35000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{5 + \frac{7}{12}} = 53787,83 \text{ €}$$

40. ¿Durante cuánto tiempo tendremos que tener 5 000 € en el banco al 12% sin retirar beneficios para alcanzar una cifra de 6 272 €?

El primer año obtenemos unos intereses del 12% de 5000 = $0,12 \cdot 5000 = 600 \text{ €}$, por lo que pasaremos a tener un capital de 5600€.

Al finalizar el segundo año, los intereses son del 12% de 5600 = $0,12 \cdot 5600 = 672 \text{ €}$, por lo que el capital acumulado es de $5600 + 672 = 6272 \text{ €}$.

Por tanto el tiempo que debe pasar para alcanzar ese capital es de dos años.

Existe una forma de resolver este problema directamente aplicando la fórmula del interés compuesto:

$$5000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^t = 6272 \Rightarrow (1 + 0,12)^t = \frac{6272}{5000} \Rightarrow 1,12^t = 1,2544$$

Para resolver esta ecuación, calculamos el logaritmo en ambos términos:

$$\log 1,12^t = \log 1,2544 \Rightarrow t \cdot \log 1,12 = \log 1,2544 \Rightarrow t = \frac{\log 1,2544}{\log 1,12} = 2 \text{ años.}$$

Por tanto, tendríamos que tener los 5 000 € en el banco durante 2 años.

41. Cierta cantidad de dinero ha estado al 8% durante 6 años y medio; en la actualidad la cantidad asciende a 44 526 €. ¿Qué cantidad se invirtió inicialmente?

Aplicando la fórmula del interés compuesto, tenemos que:

$$C_0 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{6,5} = 44526 \Rightarrow C_0 \cdot 1,08^{6,5} = 44526 \Rightarrow C_0 = \frac{44526}{1,08^{6,5}} = 26999,72 \text{ €}$$

- 42. Un vendedor recibe una comisión del 7% de las ventas. Si un mes obtuvo de comisiones 1 624 €, ¿cuál fue el importe de las ventas?**

$1624 : 0,07 = 23200 \text{ €}$. El importe total de las ventas fue de 23 200 €.

- 43. Compramos una batería para el coche cuyo precio es de 76,26 €. Si nos han rebajado 16,74 €, ¿qué porcentaje de descuento nos han aplicado?**

Si hemos pagado 76,26 €, entonces el precio original era de $76,26 + 16,74 = 93 \text{ €}$. Por tanto, el descuento aplicado ha sido de: $\frac{16,74}{93} \cdot 100 = 18\%$

- 44. En un comercio en el que se hace un descuento del 20% se han pagado 569,6 € por un televisor. ¿Cuál era el precio del televisor si descuento?**

Puesto que el descuento es del 20%, la cantidad pagada supone un $100 - 20 = 80\%$ del precio original. Por tanto, éste era de: $569,6 : 0,8 = 712 \text{ €}$.

- 45. Una entidad financiera cobra para cancelar los préstamos el 1,5% de la cantidad adeudada. Si queremos cancelar un préstamo de 15 000 €, ¿cuánto nos constará la cancelación?**

Cancelar el préstamo costará el 1,5% de 15000 = $0,015 \cdot 15000 = 225 \text{ €}$.

- 46. El día del espectador rebajan en el cine un 20% del precio de las entradas. Si el precio ordinario es de 3,6 €, ¿cuánto cuesta una entrada el día del espectador?**

La rebaja es del 20% de 3,6 = $0,2 \cdot 3,6 = 0,72 \text{ €}$. El precio de la entrada es: $3,6 - 0,72 = 2,88 \text{ €}$.

- 47. Al comprar un frigorífico nos rebajaron 82,89 € y pagamos por él 469,71 €. ¿Qué tanto por ciento nos rebajaron?**

El precio original era $82,89 + 469,71 = 552,60 \text{ €}$. Por tanto, el descuento es: $\frac{82,89}{552,6} \cdot 100 = 15\%$

- 48. En un incendio se perdió el 75% de los sacos de cereales que había en el almacén y quedaron 450 sacos sin quemar. ¿Cuántos sacos había antes del incendio?**

Puesto que los sacos sin quemar se corresponden con el $100 - 75 = 25\%$ del total de sacos, antes del incendio había $450 : 0,25 = 1800$ sacos sin quemar.

- 49. Por un libro que costaba 23,75 € he pagado 19 €. ¿Qué porcentaje de descuento me han aplicado?**

La cantidad rebajada ha sido de: $23,75 - 19 = 4,75 \text{ €}$. Por tanto, el porcentaje de descuento aplicado ha sido: $\frac{4,75}{23,75} \cdot 100 = 20\%$

- 50. Una fruta contiene el 75 % de agua y el resto de azúcar. Averigua el peso de agua y de azúcar que hay en 400 g de fruta.**

Agua: 75% de $400 = 0,75 \cdot 400 = 300$ g.

Azúcar: 25% de $400 = 0,25 \cdot 400 = 100$ g.

- 51. Un empleado gana al mes 1 083,6 € después de haberle descontado el 14%. ¿Cuánto cobraría si no tuviera descuentos?**

La cantidad cobrada representa el $100 - 14 = 86\%$ del salario sin descuentos.

Por tanto, si no los tuviera el salario sería de $1083,6 : 0,86 = 1305,54$ €.

- 52. Un empleado cobra el 16% del importe de las ventas realizadas. Calcula el importe de las ventas que ha de hacer para ganar 4 075,2 €.**

16% de $V = 4075,2$ € $\Rightarrow V = 4075,2 : 0,16 = 25470$ €.

- 53. En un rebaño el 32% de las ovejas son negras. Sabiendo que hay 48 ovejas negras, ¿de cuántas ovejas se compone el rebaño?**

32% de Ovejas = 48 $\Rightarrow O = 48 : 0,32 = 150$. Hay 150 ovejas en el rebaño.

- 54. Una tela, al lavarla, pierde el 6% de su longitud. Si después de lavarla mide 37,6 m, ¿cuántos metros medía antes?**

Después de lavarla mide el $100 - 6 = 94\%$ de su longitud original. Por tanto, antes medía:

$37,6 : 0,94 = 40$ m.

- 55. Al lavar una bufanda de lana, se estira y pasa de medir 85 cm a medir 88,4 cm. ¿Qué porcentaje ha aumentado la longitud de la bufanda?**

La bufanda ha aumentado $88,4 - 85 = 3,4$ cm. Por tanto, el porcentaje de aumento ha sido:

$$\frac{3,4}{85} \cdot 100 = 4\%$$

- 56. Un litro de gasolina que costaba 1,02 € cuesta ahora 1,071 €. ¿Qué porcentaje ha subido el litro de gasolina?**

El aumento ha sido de $1,071 - 1,02 = 0,051$ €, lo que se corresponde con un: $\frac{0,051}{1,02} \cdot 100 = 5\%$.

- 57. Un inversor compra unas acciones a 20,5 €. Al mes siguiente pasan a cotizarse a 21,73 €. ¿Cuál es el porcentaje de revalorización de esas acciones?**

El precio actual representa, en porcentaje, un $\frac{21,73}{20,5} \cdot 100 = 106\%$ del valor original. Por tanto, la

subida ha sido del 6% .

- 58. Unos pantalones cuestan 31,32 € (IVA incluido). ¿Cuánto cuestan los pantalones sin impuestos?**

El precio de los pantalones es el resultado de aumentar el IVA del 21% al precio original. Por tanto, 31,32€ corresponden al 121% del precio sin IVA, que es igual a $31,32 : 1,21 = 25,88€$.

- 59. Un banco presta dinero al 5%. Si conseguimos un préstamo de 1200 €, ¿cuántos intereses tendremos que pagar al cabo de un año?**

Tendremos que pagar el 5% de $1200 = 0,05 \cdot 1200 = 60€$.

- 60. Ingresamos 8 900 € al 5,2%. Al cabo de 10 meses y 8 días tenemos que retirar el ingreso. ¿Cuántos intereses habrá generado el capital en este tiempo?**

En primer lugar debemos expresar el tiempo en años: $t = \frac{10}{12} + \frac{8}{365}$.

Aplicando la fórmula del interés simple: $i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{8900 \cdot 5,2 \cdot \left(\frac{10}{12} + \frac{8}{365}\right)}{100} = 395,81€$

- 61. Compramos un vehículo que cuesta 27500 €; y el concesionario nos ofrece pagarlo en 60 mensualidades de 541,1 € al mes. ¿Qué porcentaje de rédito pagaremos cada año?**

Al finalizar el pago, habremos pagado un total de $60 \cdot 541,1 = 32466€$.

Si suponemos un interés simple y tenemos en cuenta que 60 meses son 5 años, entonces el interés pagado habrá sido de $32466 - 27500 = 4966€$. Despejando en la fórmula tenemos que

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow r = \frac{i \cdot 100}{C \cdot t} \text{ y por tanto:}$$

$$r = \frac{i \cdot 100}{C \cdot t} = \frac{4966 \cdot 100}{27500 \cdot 5} = 3,6\%$$

- 62. Raúl ingresa cierta cantidad de dinero en el banco al 5%. Al cabo de 3 años ha conseguido 735 € de intereses. ¿Qué capital ingresó en el banco?**

Si suponemos un interés simple, tendremos que: $i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow C = \frac{i \cdot 100}{r \cdot t}$. Por tanto:

$$C = \frac{i \cdot 100}{r \cdot t} = \frac{735 \cdot 100}{5 \cdot 3} = 4900€$$

Luego la cantidad ingresada fue de 4 900 €.

- 63. Ana ingresa 4 500 € en el banco al 5,6%. Si obtiene unos intereses de 1 260 €, ¿cuánto tiempo tuvo el dinero en el banco?**

Suponiendo un interés simple y despejando en la fórmula, tenemos: $i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{i \cdot 100}{C \cdot r}$ y por

tanto el tiempo que se tuvo el dinero en el banco fue de:

$$t = \frac{i \cdot 100}{C \cdot r} = \frac{1260 \cdot 100}{4500 \cdot 5,6} = 5 \text{ años.}$$

- 64. A un empleado le descuentan el 2,5 % de su sueldo por error. Si le vuelven a subir un 2,5 % el sueldo, ¿sigue ganando el mismo salario?**

No, ya que cuando vuelven a subirle el sueldo el salario ha cambiado y por tanto el 2,5% ya no equivale a la misma cantidad sino a una menor. Utilizando los tantos por uno, podemos razonar que al bajarle el sueldo pasó a cobrar un 97,5% del salario inicial. La subida posterior le llevó a cobrar un 102,5% del salario después de la bajada. Por tanto, ahora cobra un 102,5% del 97,5%, esto es: $102,5\% \text{ del } 97,5\% = 1,025 \cdot 0,975 = 99,9375\%$ del salario inicial.

- 65. Si tenemos 3 500 € invertidos, con un rédito del 3 % mensual, ¿qué capital tendremos pasados 2 años?**

Como 2 años son 24 meses, tenemos que: $C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 3500 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^{24} = 10143,97 \text{ €}$

- 66. Si realizamos una inversión de 250 €, con un rédito del 5 % anual, sin retirar los intereses, ¿cuántos años pasarán para tener un capital de 289,41 €?**

El primer año obtenemos unos intereses del 5% de $250 = 0,05 \cdot 250 = 12,5 \text{ €}$, por lo que pasaremos a tener un capital de $262,50 \text{ €}$.

Al finalizar el segundo año, los intereses son del 5% de $262,50 = 0,05 \cdot 262,5 = 13,125 \approx 13,13 \text{ €}$, por lo que el capital acumulado es de $262,5 + 13,13 = 275,63 \text{ €}$.

El tercer año los intereses ascienden al 5% de $275,63 = 0,05 \cdot 275,63 = 13,7815 \approx 13,78 \text{ €}$ por lo que el capital alcanza los $275,63 + 13,78 = 289,41 \text{ €}$.

Por tanto el tiempo que debe pasar para alcanzar ese capital es de tres años.

Existe una forma de resolver este problema directamente aplicando la fórmula del interés compuesto:

$$250 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^t = 289,41 \Rightarrow (1 + 0,05)^t = \frac{289,41}{250} \Rightarrow 1,05^t = 1,15764$$

Para resolver esta ecuación, calculamos el logaritmo en ambos términos:

$$\log 1,05^t = \log 1,15764 \Rightarrow t \cdot \log 1,05 = \log 1,15764 \Rightarrow t = \frac{\log 1,15764}{\log 1,05} = 3 \text{ años}$$

Por tanto, tendríamos que tener los 250 € en el banco durante 3 años.

- 67. Realizamos una inversión de 3 000 €, sin retirar los intereses. Si al cabo de 5 años tenemos un capital de 4 207,66€, ¿a qué rédito hemos realizado la inversión?**

Utilizando la fórmula del interés compuesto, tendremos que:

$$3000 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 4207,66 \Rightarrow \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = \frac{4207,66}{3000} \Rightarrow \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 \approx 1,403$$

Tomando raíces en ambos términos de la ecuación:

$$1 + \frac{r}{100} \approx \sqrt[5]{1,403} \Rightarrow 1 + \frac{r}{100} \approx 1,07 \Rightarrow r \approx (1,07 - 1) \cdot 100 \Rightarrow r \approx 7\%$$

68. Un inversor tiene un capital durante 10 años sin retirar los intereses con un rédito del 4 %. Si al cabo de estos 10 años tiene un capital de 6 661,10 €, ¿qué capital invirtió inicialmente el inversor?

Utilizando la fórmula del interés compuesto, tendremos que:

$$C_0 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^{10} = 6661,10 \Rightarrow C_0 \cdot 1,04^{10} = 6661,10 \Rightarrow C_0 = \frac{6661,10}{1,04^{10}} = 4500 \text{ €}$$

Tomando raíz quinta en ambos términos de la ecuación:

$$1 + \frac{r}{100} \approx \sqrt[10]{1,403} \Rightarrow 1 + \frac{r}{100} \approx 1,07 \Rightarrow r \approx (1,07 - 1) \cdot 100 \Rightarrow r \approx 7\%$$

DESAFÍO PISA - PÁG. 45

LLAMADAS INTERNACIONALES

La compañía de teléfonos tiene tarifas especiales para las llamadas internacionales. Para conocer estas tarifas, dividen el mundo en varias zonas y en cada zona tienen cuotas de establecimiento de llamada distintas y cuotas al minuto que varían en función del país.

A todo esto hay que añadirle los impuestos, que también varían en función del país al que se realiza la llamada, con lo que queda el resumen que se muestra en la siguiente tabla.

Zona	Establecimiento de llamada (€)	Céntimos/minuto o fracción	Impuestos
Zona 1: Europa	1,40	1,25	21%
Zona 2: Estados Unidos y Canadá	3,50	2,18	18%
Zona 3: Latinoamérica	1,95	1,85	20%
Zona 4: África	2,70	3,60	25%
Zona 5: Oriente Próximo	4,10	2,65	24%
Zona 6: Asia	6,54	4,55	18%
Zona 7: Oceanía	7,65	6,25	15%

De esta forma, el cálculo de lo que cuesta una llamada se puede conocer realizando unos sencillos cálculos.

Actividad 1. El establecimiento de llamada en la zona 2 es un ...% más que en la zona 1.

B: 150% ya que $\frac{3,5 - 1,4}{1,4} = 1,5$

Actividad 2. Oferta de noviembre: el establecimiento de llamadas a la zona 7 baja un 10%. ¿Cuánto cuesta ahora?

A: 6,885 ya que 90% de 7,65 = $0,9 \cdot 7,65 = 6,885$

Actividad 3. Una llamada de 5 minutos a un país de la zona 4 cuesta:

B: 3,60€ ya que $(2,70 + 0,036 \cdot 5) \cdot 1,25 = 3,60$

Actividad 4. En la zona 3 están de oferta: tarifa plana para llamadas inferiores a 15 minutos a 2,50€. ¿Cuántos minutos tendremos que hablar al menos para que nos interese?

C: 8 minutos; ya que, si dividimos entre 1,2 para hallar el importe de la llamada sin impuestos, restamos el establecimiento de llamada y dividimos entre el precio por minuto obtenemos $(2,50 : 1,2 - 1,95) : 0,0185 \approx 7,2$ minutos.

Actividad 5. Pablo ha llamado a su madre, que está de viaje en la zona 7, y le ha costado la llamada 9,66€. ¿Cuántos minutos duró la llamada aproximadamente?

C: 12 minutos; ya que, si dividimos entre 1,15 para hallar el importe de la llamada sin impuestos, restamos el establecimiento de llamada y dividimos entre el precio por minuto obtenemos $(9,66 : 1,15 - 7,65) : 0,0625 = 12$ minutos.

Actividad 6. Juan ha efectuado una llamada internacional por equivocación, por lo que le han facturado el mínimo, que ha sido 5,12€. ¿A qué zona llamó?

C: Zona 5, ya que el precio mínimo es la suma del establecimiento de llamada más el precio de un minuto (o fracción, en este caso) más impuestos: $(4,10 + 0,0265) \cdot 1,24 = 5,11686 \approx 5,12$ €