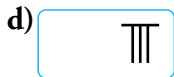


Números en la antigua China

1. ¿Qué número ves en cada recuadro?



a) 19

b) 841

c) 702

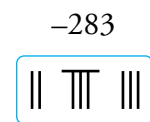
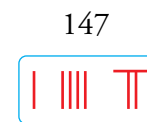
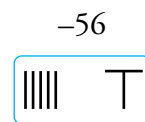
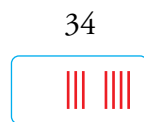
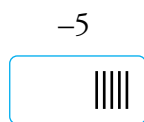
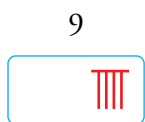
d) -8

e) -363

f) -72

2. Representa en el mismo sistema de varillas los números:

9, -5, 34, -56, 147, -283



Temperaturas

3. ¿Qué lectura haces de cada uno?

Los analógicos marcan 22 °C y -12 °C. Los digitales marcan -22 °C y 28 °C.

4. Dibuja, en termómetros analógicos y en digitales, las siguientes temperaturas:

a) Quince grados.

b) Once grados bajo cero.

Se dibujará lo que se pide.

Tener y deber

5. ¿Cuál de las siguientes expresiones asignas a cada una de las frases anteriores?

$$+(+5) = +5$$

$$+(-5) = -5$$

$$-(+5) = -5$$

$$-(-5) = +5$$

a) $-(-5) = +5$

b) $-(+5) = -5$

1 Números positivos y negativos

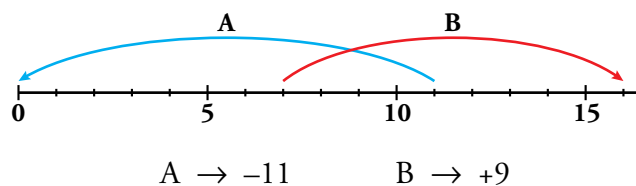
Página 30

1. Asocia a cada enunciado un número con signo.

- a) Durante la visita nocturna a París estábamos a dos grados bajo cero.
- b) Ayer tuvimos doce grados de máxima.
- c) La empresa tuvo el mes pasado unas ganancias de medio millón de euros.
- d) El programa de televisión perdió ciento cincuenta mil espectadores.
- e) El barco hundido está a ciento veinte metros de profundidad.
- f) El avión vuela a once mil pies de altura.

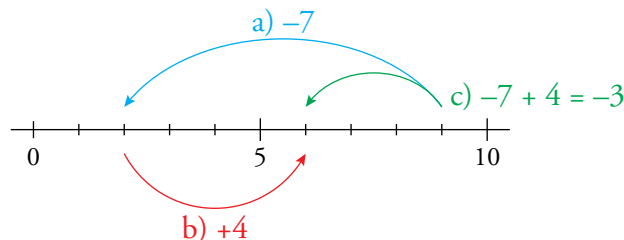
- a) -2
- b) +12
- c) +500 000
- d) -150 000
- e) -120
- f) +11 000

2. Escribe un número para cada movimiento en la recta.



3. Dibuja en una recta como la del ejercicio anterior:

- a) Un movimiento asociado al número -7.
- b) Un movimiento asociado al número +4.
- c) ¿Qué movimiento resulta de encadenar los dos anteriores?



2 El conjunto \mathbb{Z} de los números enteros

Página 31

1. Escribe el valor absoluto y el opuesto de cada número.

a) -3

b) $+8$

c) -1

d) $+23$

e) -37

f) $+60$

a) $|-3| = 3$. Opuesto de $(-3) \rightarrow +3$

b) $|+8| = 8$. Opuesto de $(+8) \rightarrow -8$

c) $|-1| = 1$. Opuesto de $(-1) \rightarrow +1$

d) $|+23| = 23$. Opuesto de $(+23) \rightarrow -23$

e) $|-37| = 37$. Opuesto de $(-37) \rightarrow +37$

f) $|+60| = 60$. Opuesto de $(+60) \rightarrow -60$

2. Ordena de menor a mayor.

$$-7, -13, +8, -1, +1, +5, 0, +10, -24$$

$$-24 < -13 < -7 < -1 < 0 < +1 < +5 < +8 < +10$$

3. ¿Verdadero o falso?

a) **Cualquier número entero es también natural.**

b) **Cualquier número natural es entero.**

c) **Solo los negativos tienen opuesto.**

d) **Dos números enteros opuestos tienen el mismo valor absoluto.**

a) Falso. Los números negativos son enteros pero no naturales.

b) Verdadero.

c) Falso. Todos los números tienen opuesto.

d) Verdadero. $|a| = |-a| = a$

3 Operaciones con números enteros

Página 33

1. Calcula mentalmente:

- | | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|-------------|-------------|---------------|
| a) $5 - 7$ | b) $2 - 9$ | c) $3 - 4$ | d) $6 - 10$ | e) $5 - 12$ | f) $9 - 15$ |
| g) $-12 + 17$ | h) $-22 + 10$ | i) $-21 + 15$ | j) $-3 - 6$ | k) $-1 - 9$ | l) $-12 - 13$ |
| a) -2 | b) -7 | c) -1 | d) -4 | e) -7 | f) -6 |
| g) 5 | h) -12 | i) -6 | j) -9 | k) -10 | l) -25 |

2. Resuelve.

- | | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|------------------|
| a) $10 - 3 + 5$ | b) $5 - 8 + 6$ | c) $2 - 9 + 1$ | d) $7 - 15 + 2$ |
| e) $16 - 4 - 6$ | f) $22 - 7 - 8$ | g) $9 - 8 - 7$ | h) $15 - 12 + 6$ |
| a) 12 | b) 3 | c) -6 | d) -6 |
| e) 6 | f) 7 | g) -6 | h) 9 |

3. Calcula.

- | | | | |
|------------------|-------------------|-----------------|------------------|
| a) $-3 + 10 - 1$ | b) $-8 + 2 - 3$ | c) $-5 + 6 + 4$ | d) $-12 + 2 + 6$ |
| e) $-18 + 3 + 6$ | f) $-20 + 12 + 5$ | g) $-7 - 3 - 4$ | h) $-2 - 13 - 5$ |
| a) 6 | b) -9 | c) 5 | d) -4 |
| e) -9 | f) -3 | g) -14 | h) -20 |

4. Copia y completa como en el ejemplo.

$$\bullet \quad 7 - 4 - 6 - 2 + 5 + 3 - 4 = 15 - 16 = -1$$

- | | |
|---|--|
| a) $3 - 9 + 4 - 8 - 2 + 13 = \square - \square = \square$ | b) $-15 - 4 + 12 - 3 - 11 - 2 = \square - \square = \square$ |
| a) $3 - 9 + 4 - 8 - 2 + 13 = 20 - 19 = 1$ | b) $-15 - 4 + 12 - 3 - 11 - 2 = 12 - 35 = -23$ |

5. Calcula.

- | | | |
|-----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $3 - 7 + 2 - 5$ | b) $2 - 6 + 9 - 3 + 4$ | c) $7 - 10 - 5 + 4 + 6 - 1$ |
| d) $-6 + 4 - 3 - 2 - 8 + 5$ | e) $12 + 5 - 17 - 11 + 20 - 13$ | f) $16 - 22 + 24 - 31 + 12 - 15$ |
| a) -7 | b) 6 | c) 1 |
| | d) -10 | e) -4 |
| | | f) -16 |

6. Quita paréntesis y calcula.

- | | |
|---|--|
| a) $(-3) - (+4) - (-8)$ | b) $-(-5) + (-6) - (-3)$ |
| c) $(+8) - (+6) + (-7) - (-4)$ | d) $-(-3) - (+2) + (-9) + (+7)$ |
| a) $(-3) - (+4) - (-8) = -3 - 4 + 8 = 1$ | b) $-(-5) + (-6) - (-3) = 5 - 6 + 3 = 2$ |
| c) $(+8) - (+6) + (-7) - (-4) = 8 - 6 - 7 + 4 = -1$ | d) $-(-3) - (+2) + (-9) + (+7) = 3 - 2 - 9 + 7 = -1$ |

7. Resuelve de dos formas, como en el ejemplo.

• $10 - (13 - 7) = 10 - (+6) = 10 - 6 = 4$

$10 - (13 - 7) = 10 - 13 + 7 = 17 - 13 = 4$

a) $15 - (12 - 8)$

b) $9 - (20 - 6)$

c) $8 - (15 - 12)$

d) $6 - (13 - 2)$

e) $15 - (6 - 9 + 5)$

f) $21 - (3 - 10 + 11 + 6)$

a) $15 - (12 - 8) = 15 - (+4) = 15 - 4 = 11$

$15 - (12 - 8) = 15 - 12 + 8 = 23 - 12 = 11$

b) $9 - (20 - 6) = 9 - (+14) = 9 - 14 = -5$

$9 - (20 - 6) = 9 - 20 + 6 = 15 - 20 = -5$

c) $8 - (15 - 12) = 8 - (+3) = 8 - 3 = 5$

$8 - (15 - 12) = 8 - 15 + 12 = 20 - 15 = 5$

d) $6 - (13 - 2) = 6 - (+11) = 6 - 11 = -5$

$6 - (13 - 2) = 6 - 13 + 2 = 8 - 13 = -5$

e) $15 - (6 - 9 + 5) = 15 - (11 - 9) = 15 - (+2) = 15 - 2 = 13$

$15 - (6 - 9 + 5) = 15 - 6 + 9 - 5 = 24 - 11 = 13$

f) $21 - (3 - 10 + 11 + 6) = 21 - (20 - 10) = 21 - (+10) = 21 - 10 = 11$

$21 - (3 - 10 + 11 + 6) = 21 - 3 + 10 - 11 - 6 = 31 - 20 = 11$

8. Resuelve de una de las formas que ofrece el ejemplo.

• $(8 - 13) - (5 - 4 - 7) = (8 - 13) - (5 - 11) = (-5) - (-6) = -5 + 6 = 1$

$(8 - 13) - (5 - 4 - 7) = 8 - 13 - 5 + 4 + 7 = 19 - 18 = 1$

a) $4 - (8 + 2) - (3 - 13)$

b) $12 + (8 - 15) - (5 + 8)$

c) $(8 - 6) - (3 - 7 - 2) + (1 - 8 + 2)$

d) $(5 - 16) - (7 - 3 - 6) - (9 - 13 - 5)$

Resolvemos, en cada caso, de las dos formas:

a) $4 - (8 + 2) - (3 - 13) = 4 - (+10) - (-10) = 4 - 10 + 10 = 14 - 10 = 4$

$4 - (8 + 2) - (3 - 13) = 4 - 8 - 2 - 3 + 13 = 17 - 13 = 4$

b) $12 + (8 - 15) - (5 + 8) = 12 + (-7) - (13) = 12 - 7 - 13 = 12 - 20 = -8$

$12 + (8 - 15) - (5 + 8) = 12 + 8 - 15 - 5 - 8 = 20 - 28 = -8$

c) $(8 - 6) - (3 - 7 - 2) + (1 - 8 + 2) = (+2) - (3 - 9) + (3 - 8) = (+2) - (-6) + (-5) =$
 $= +2 + 6 - 5 = 8 - 5 = 3$

$(8 - 6) - (3 - 7 - 2) + (1 - 8 + 2) = 8 - 6 - 3 + 7 + 2 + 1 - 8 + 2 = 20 - 17 = 3$

d) $(5 - 16) - (7 - 3 - 6) - (9 - 13 - 5) = (-11) - (7 - 9) - (9 - 18) = (-11) - (-2) - (-9) =$
 $= -11 + 2 + 9 = 11 - 11 = 0$

$(5 - 16) - (7 - 3 - 6) - (9 - 13 - 5) = 5 - 16 - 7 + 3 + 6 - 9 + 13 + 5 = 32 - 32 = 0$

9. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

10. Calcula.

a) $7 - [1 + (9 - 13)]$

b) $-9 + [8 - (13 - 4)]$

c) $12 - [6 - (15 - 8)]$

d) $-17 + [9 - (3 - 10)]$

e) $2 + [6 - (4 - 2 + 9)]$

f) $15 - [9 - (5 - 11 + 7)]$

a) $7 - [1 + (9 - 13)] = 7 - [1 + 9 - 13] = 7 - 1 - 9 + 13 = 20 - 10 = 10$

b) $-9 + [8 - (13 - 4)] = -9 + [8 - (+9)] = -9 + [8 - 9] = -9 + [-1] = -9 - 1 = -10$

c) $12 - [6 - (15 - 8)] = 12 - [6 - 15 + 8] = 12 - 6 + 15 - 8 = 27 - 14 = 13$

d) $-17 + [9 - (3 - 10)] = -17 + [9 - (-7)] = -17 + [9 + 7] = -17 + 16 = -1$

e) $2 + [6 - (4 - 2 + 9)] = 2 + [6 - 4 + 2 - 9] = 2 + 6 - 4 + 2 - 9 = 10 - 13 = -3$

f) $15 - [9 - (5 - 11 + 7)] = 15 - [9 - (12 - 11)] = 15 - [9 - (+1)] = 15 - [9 - 1] =$
 $= 15 - [+8] = 15 - 8 = 7$

11. Resuelve.

a) $(2 - 9) - [5 + (8 - 12) - 7]$

b) $13 - [15 - (6 - 8) + (5 - 9)]$

c) $8 - [(6 - 11) + (2 - 5) - (7 - 10)]$

d) $(13 - 21) - [12 + (6 - 9 + 2) - 15]$

e) $[4 + (6 - 9 - 13)] - [5 - (8 + 2 - 18)]$

f) $[10 - (21 - 14)] - [5 + (17 - 11 + 6)]$

a) $(2 - 9) - [5 + (8 - 12) - 7] = (2 - 9) - [5 + (-4) - 7] = (2 - 9) - [5 - 4 - 7] =$
 $= (-7) - [5 - 11] = -7 - [-6] = -7 + 6 = -1$

b) $13 - [15 - (6 - 8) + (5 - 9)] = 13 - [15 - 6 + 8 + 5 - 9] = 13 - 15 + 6 - 8 - 5 + 9 =$
 $= 28 - 28 = 0$

c) $8 - [(6 - 11) + (2 - 5) - (7 - 10)] = 8 - [(-5) + (-3) - (-3)] = 8 - [-5 - 3 + 3] =$
 $= 8 - [-8 + 3] = 8 - [-5] = 8 + 5 = 13$

d) $(13 - 21) - [12 + (6 - 9 + 2) - 15] = (13 - 21) - [12 + 6 - 9 + 2 - 15] =$
 $= 13 - 21 - 12 - 6 + 9 - 2 + 15 = 37 - 41 = -4$

e) $[4 + (6 - 9 - 13)] - [5 - (8 + 2 - 18)] = [4 + (6 - 22)] - [5 - (10 - 18)] =$
 $= [4 - 16] - [5 + 8] = -12 - 13 = -25$

f) $[10 - (21 - 14)] - [5 + (17 - 11 + 6)] = [10 - 21 + 14] - [5 + 17 - 11 + 6] =$
 $= 10 - 21 + 14 - 5 - 17 + 11 - 6 = 35 - 49 = -14$

Página 35

12. Multiplica.

a) $(+10) \cdot (-2)$

b) $(-4) \cdot (-9)$

c) $(-7) \cdot (+5)$

d) $(+11) \cdot (+7)$

a) -20

b) 36

c) -35

d) 77

13. Observa los ejemplos y calcula.

• $(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-6) \cdot (-5) = +30$

$(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-3) \cdot (-10) = +30$

a) $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4)$

b) $(-1) \cdot (+2) \cdot (-5)$

c) $(+4) \cdot (-3) \cdot (+2)$

d) $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5)$

a) $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4) = (+6) \cdot (+4) = +24$

$(-2) \cdot (-3) \cdot (+4) = (-2) \cdot (-12) = +24$

b) $(-1) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-2) \cdot (-5) = +10$

$(-1) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-1) \cdot (-10) = +10$

c) $(+4) \cdot (-3) \cdot (+2) = (-12) \cdot (+2) = -24$

$(+4) \cdot (-3) \cdot (+2) = (+4) \cdot (-6) = -24$

d) $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) = (+12) \cdot (-5) = -60$

$(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) = (-6) \cdot (+10) = -60$

14. Divide.

a) $(-18) : (+3)$

b) $(-15) : (-5)$

c) $(+36) : (-9)$

d) $(-30) : (-10)$

e) $(-52) : (+13)$

f) $(+22) : (+11)$

a) -6

b) $+3$

c) -4

d) $+3$

e) -4

f) $+2$

15. Calcula el valor de x en cada caso.

a) $(-18) : x = +6$

b) $(+4) \cdot x = -36$

c) $x \cdot (-13) = +91$

d) $x : (-11) = +5$

a) $x = -3$

b) $x = -9$

c) $x = -7$

d) $x = -55$

16. Copia, completa y compara. ¿Qué observas?

$(+60) : [(-30) : (-2)] = (+60) : [+15] = \square$

$[(+60) : (-30)] : (-2) = [\square] : (-2) = \square$

$(+60) : [(-30) : (-2)] = (+60) : [+15] = +4$

$[(+60) : (-30)] : (-2) = [-2] : (-2) = +1$

Se observa que la división no es asociativa.

17. Calcula.

a) $[(-45) : (+3)] : (+5)$

b) $(-28) : [(+12) : (-3)]$

c) $[(-72) : (+9)] : (-8)$

d) $(-100) : [(-36) : (-9)]$

a) $[(-45) : (+3)] : (+5) = [-15] : (+5) = -3$

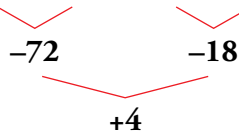
b) $(-28) : [(+12) : (-3)] = (-28) : [-4] = +7$

c) $[(-72) : (+9)] : (-8) = [-8] : (-8) = +1$

d) $(-100) : [(-36) : (-9)] = (-100) : [+4] = -25$

18. Calcula siguiendo el ejemplo.

• $[(-8) \cdot (+9)] : [(+6) \cdot (-3)] = [-72] : [-18] = +4$



a) $[(+5) \cdot (-8)] : [(-2) \cdot (-5)]$

b) $[(+28) : (-7)] \cdot [(+20) : (-4)]$

c) $[(-70) : (+5)] : [(-28) : (+4)]$

a) $[(+5) \cdot (-8)] : [(-2) \cdot (-5)] = [-40] : [+10] = -4$

b) $[(+28) : (-7)] \cdot [(+20) : (-4)] = [-4] \cdot [-5] = +20$

c) $[(-70) : (+5)] : [(-28) : (+4)] = [-14] : [-7] = +2$

19. Calcula como en los ejemplos.

• $15 - 8 \cdot 3 = 15 - 24 = -9$

$18 : 6 - 5 = 3 - 5 = -2$

a) $18 - 5 \cdot 3$

b) $6 - 4 \cdot 2$

c) $7 \cdot 2 - 16$

d) $18 - 15 : 3$

e) $5 - 30 : 6$

f) $20 : 2 - 11$

a) $18 - 5 \cdot 3 = 18 - 15 = 3$

b) $6 - 4 \cdot 2 = 6 - 8 = -2$

c) $7 \cdot 2 - 16 = 14 - 16 = -2$

d) $18 - 15 : 3 = 18 - 5 = 13$

e) $5 - 30 : 6 = 5 - 5 = 0$

f) $20 : 2 - 11 = 10 - 11 = -1$

20. Calcula como en el ejemplo.

• $21 - 4 \cdot 6 + 12 : 3 = 21 - 24 + 4 = 25 - 24 = 1$

a) $20 - 4 \cdot 7 + 11$

b) $12 - 6 \cdot 5 + 4 \cdot 2$

c) $15 - 20 : 5 - 3$

d) $6 - 10 : 2 - 14 : 7$

e) $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 6$

f) $7 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 18 : 6$

a) $20 - 4 \cdot 7 + 11 = 20 - 28 + 11 = 31 - 28 = 3$

b) $12 - 6 \cdot 5 + 4 \cdot 2 = 12 - 30 + 8 = 20 - 30 = -10$

c) $15 - 20 : 5 - 3 = 15 - 4 - 3 = 15 - 7 = 8$

d) $6 - 10 : 2 - 14 : 7 = 6 - 5 - 2 = 6 - 7 = -1$

e) $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 15 - 16 + 12 = 27 - 16 = 11$

f) $7 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 18 : 6 = 21 - 20 + 3 = 24 - 20 = 4$

21. Observa el ejemplo y calcula.

• $(-3) \cdot (-4) + (-6) \cdot 3 = (+12) + (-18) = 12 - 18 = -6$

a) $5 \cdot (-8) - (+9) \cdot 4$

b) $32 : (-8) - (-20) : 5$

c) $(-2) \cdot (-9) + (-5) \cdot (+4)$

d) $(+25) : (-5) + (-16) : (+4)$

e) $(+6) \cdot (-7) + (-50) : (-2)$

f) $(+56) : (-8) - (-12) \cdot (+3)$

a) $5 \cdot (-8) - (+9) \cdot 4 = (-40) - (+36) = -40 - 36 = -76$

b) $32 : (-8) - (-20) : 5 = (-4) - (-4) = -4 + 4 = 0$

c) $(-2) \cdot (-9) + (-5) \cdot (+4) = (+18) + (-20) = 18 - 20 = -2$

d) $(+25) : (-5) + (-16) : (+4) = (-5) + (-4) = -5 - 4 = -9$

e) $(+6) \cdot (-7) + (-50) : (-2) = (-42) + (+25) = -42 + 25 = -17$

f) $(+56) : (-8) - (-12) \cdot (+3) = (-7) - (-36) = -7 + 36 = 29$

22. Calcula.

a) $18 - 5 \cdot (3 - 8)$

b) $4 \cdot (8 - 11) - 6 \cdot (7 - 9)$

c) $(4 - 5) \cdot (-3) - (8 - 2) : (-3)$

a) $18 - 5 \cdot (3 - 8) = 18 - 5 \cdot (-5) = 18 - (-25) = 18 + 25 = 43$

b) $4 \cdot (8 - 11) - 6 \cdot (7 - 9) = 4 \cdot (-3) - 6 \cdot (-2) = (-12) - (-12) = -12 + 12 = 0$

c) $(4 - 5) \cdot (-3) - (8 - 2) : (-3) = (-1) \cdot (-3) - (+6) : (-3) = (+3) - (-2) = 3 + 2 = 5$

23. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

24. Calcula.

a) $15 + 2 \cdot [8 - 3 \cdot 5]$

b) $(-3) \cdot (+5) - 3 \cdot [11 + 3 \cdot (5 - 11)]$

c) $28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (9 - 4)]$

d) $(-2) \cdot (7 - 11) - [12 - (6 - 8)] : (-7)$

e) $[18 + 5 \cdot (6 - 9)] - [3 - 16 : (5 + 3)]$

a) $15 + 2 \cdot [8 - 3 \cdot 5] = 15 + 2 \cdot [8 - 15] = 15 + 2 \cdot [-7] = 15 - 14 = 1$

b) $(-3) \cdot (+5) - 3 \cdot [11 + 3 \cdot (5 - 11)] = -15 - 3 \cdot [11 + 3 \cdot (-6)] = -15 - 3 \cdot [11 - 18] =$
 $= -15 - 3 \cdot [-7] = -15 + 21 = 6$

c) $28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (9 - 4)] = (-4) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (5)] = -4 + 6 \cdot [23 - 25] =$
 $= -4 + 6 \cdot [-2] = -4 + (-12) = -16$

d) $(-2) \cdot (7 - 11) - [12 - (6 - 8)] : (-7) = (-2) \cdot (-4) - [12 - (-2)] : (-7) = 8 - [12 + 2] : (-7) =$
 $= 8 - [14] : (-7) = 8 - (-2) = 8 + 2 = 10$

e) $[18 + 5 \cdot (6 - 9)] - [3 - 16 : (5 + 3)] = [18 + 5 \cdot (-3)] - [3 - 16 : 8] = [18 + (-15)] - [3 - 2] =$
 $= [+3] - [+1] = 3 - 1 = 2$

4 Potencias de números enteros

Página 36

1. Escribe en forma de potencia.

a) $(-2) \cdot (-2)$

b) $(+5) \cdot (+5) \cdot (+5)$

c) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$

d) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

a) $(-2)^2$

b) $(+5)^3$

c) $(-4)^4$

d) $(-2)^6$

2. Copia y completa en tu cuaderno.

POTENCIA	BASE	EXPONENTE	VALOR
$(-1)^7$			
$(-2)^4$			
$(+3)^3$			
$(-4)^2$			

POTENCIA	BASE	EXPONENTE	VALOR
$(-1)^7$	-1	7	-1
$(-2)^4$	-2	4	+16
$(+3)^3$	+3	3	+27
$(-4)^2$	-4	2	+16

3. Escribe en forma de producto y calcula.

a) $(-2)^6$

b) $(-3)^1$

c) $(+3)^4$

d) $(-5)^2$

e) $(-10)^5$

f) $(-8)^3$

a) $(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +64$

b) $(-3)^1 = (-3) = -3$

c) $(+3)^4 = (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = +81$

d) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$

e) $(-10)^5 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -100\,000$

f) $(-8)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -512$

4. Calcula con ayuda de la calculadora de cuatro operaciones como en el ejemplo.

• $12^5 \rightarrow$ $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \rightarrow \boxed{248832}$

a) 8^6

b) $(-8)^6$

c) $(-9)^5$

d) $(-11)^3$

e) 17^5

f) $(-27)^4$

a) $8^6 = 262\,144$

b) $(-8)^6 = 262\,144$

c) $(-9)^5 = -59\,049$

d) $(-11)^3 = -1\,331$

e) $17^5 = 1\,419\,857$

f) $(-27)^4 = 531\,441$

5. Calcula el valor de x en cada caso.

a) $(-2)^x = +16$

b) $(-3)^x = -27$

c) $(+6)^x = +36$

d) $(-5)^x = -125$

e) $(-10)^x = +10\,000$

f) $(-10)^x = -10$

a) $x = 4$

b) $x = 3$

c) $x = 2$

d) $x = 3$

e) $x = 4$

f) $x = 1$

6. Averigua el valor o los valores de x que cumplen la igualdad en cada caso.

a) $x^2 = +4$

b) $x^6 = +729$

c) $x^3 = -64$

d) $x^7 = -1$

e) $x^4 = 2\,401$

f) $x^5 = -100\,000$

a) $x = +2$

b) $x = +3$

c) $x = -4$

d) $x = -1$

e) $x = +7$

f) $x = -10$

Página 38

7. Calcula.

a) $(-2)^6 + (-2)^5$

b) $10^4 + (-10)^3 - 10^2 + (-10)$

c) $(-5)^2 - (-2)^4 + (-1)^6$

d) $(+4)^3 : (-2)^4 + (+9)^2 : (-3)^3$

e) $(+4)^2 + (-2)^3 : [(-2)^3 + (-3)^2]$

a) $(-2)^6 + (-2)^5 = 64 + (-32) = 32$

b) $10^4 + (-10)^3 - 10^2 + (-10) = 10\,000 + (-1\,000) - 100 + (-10) = 8\,890$

c) $(-5)^2 - (-2)^4 + (-1)^6 = 25 - (+16) + (+1) = 26 - 16 = 10$

d) $(+4)^3 : (-2)^4 + (+9)^2 : (-3)^3 = (64) : (+16) + (81) : (-27) = 4 + (-3) = 1$

e) $(+4)^2 + (-2)^3 : [(-2)^3 + (-3)^2] = 16 + (-8) : [-8 + 9] = 16 + (-8) : (+1) = 16 - 8 = 8$

8. Reduce a una sola potencia como en el ejemplo.

• $2^5 \cdot (-3)^5 = [2 \cdot (-3)]^5 = (-6)^5$

a) $3^2 \cdot 4^2$

b) $(-2)^3 \cdot 4^3$

c) $(-5)^2 \cdot (+3)^2$

d) $(-3)^4 \cdot (-2)^4$

a) $3^2 \cdot 4^2 = (3 \cdot 4)^2 = 12^2$

b) $(-2)^3 \cdot 4^3 = [(-2) \cdot 4]^3 = (-8)^3$

c) $(-5)^2 \cdot (+3)^2 = [(-5) \cdot (+3)]^2 = (-15)^2$

d) $(-3)^4 \cdot (-2)^4 = 6^4$

9. Expresa con una sola potencia igual que en el ejemplo.

• $(-15)^4 : (+3)^4 = [(-15) : (+3)]^4 = (-5)^4 = 5^4$

a) $9^4 : 3^4$

b) $(+15)^3 : (-5)^3$

c) $(-20)^2 : (-4)^2$

d) $(-18)^4 : (+6)^4$

a) $9^4 : 3^4 = (9 : 3)^4 = 3^4$

b) $(+15)^3 : (-5)^3 = [(15) : (-5)]^3 = (-3)^3 = -3^3$

c) $(-20)^2 : (-4)^2 = [(-20) : (-4)]^2 = 5^2$

d) $(-18)^4 : (+6)^4 = [(-18) : (+6)]^4 = (-3)^4 = 3^4$

10. Reduce aplicando la propiedad $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

a) $x^2 \cdot x^3$

b) $m^3 \cdot m^5$

c) $a^4 \cdot a^4$

d) $z^5 \cdot z$

a) $x^2 \cdot x^3 = x^5$

b) $m^3 \cdot m^5 = m^8$

c) $a^4 \cdot a^4 = a^8$

d) $z^5 \cdot z = z^6$

11. Copia y completa en tu cuaderno.

a) $(-6)^3 \cdot (-6)^4 = (-6)^\square$

b) $(+3)^6 \cdot (+3)^2 = 3^\square$

c) $(-2)^8 \cdot (-2)^2 = 2^\square$

d) $(-5)^3 \cdot (+5)^2 = (-5)^\square$

a) $(-6)^3 \cdot (-6)^4 = (-6)^7$

b) $(+3)^6 \cdot (+3)^2 = 3^8$

c) $(-2)^8 \cdot (-2)^2 = 2^{10}$

d) $(-5)^3 \cdot (+5)^2 = (-5)^5$

12. Reduce a una sola potencia.

a) $2^5 \cdot 2^7$

b) $(-2)^3 \cdot (+2)^6$

c) $(-12)^2 \cdot (+12)^2$

d) $(+9)^4 \cdot (-9)^2$

a) $2^5 \cdot 2^7 = 2^{12}$

b) $(-2)^3 \cdot (+2)^6 = (-2)^9$

c) $(-12)^2 \cdot (+12)^2 = 12^4$

d) $(+9)^4 \cdot (-9)^2 = 9^6$

13. Reduce aplicando la propiedad $a^m : a^n = a^{m-n}$.

a) $x^7 : x^4$

b) $m^5 : m^4$

c) $a^7 : a^2$

d) $z^8 : z^3$

a) $x^7 : x^4 = x^3$

b) $m^5 : m^4 = m$

c) $a^7 : a^2 = a^5$

d) $z^8 : z^3 = z^5$

14. Copia y completa en tu cuaderno.

a) $5^9 : 5^3 = 5^{\square}$

b) $(-2)^6 : (-2)^3 = (-2)^{\square}$

c) $(-4)^8 : (+4)^3 = 4^{\square}$

d) $(+6)^8 : (-6)^5 = (-6)^{\square}$

a) $5^9 : 5^3 = 5^6$

b) $(-2)^6 : (-2)^3 = (-2)^3$

c) $(-4)^8 : (+4)^3 = 4^5$

d) $(+6)^8 : (-6)^5 = (-6)^3$

15. Reduce a una potencia única.

a) $(-7)^8 : (-7)^5$

b) $10^9 : (-10)^4$

c) $12^4 : (-12)$

d) $(-4)^{10} : (+4)^6$

a) $(-7)^8 : (-7)^5 = (-7)^3 = -7^3$

b) $10^9 : (-10)^4 = 10^5$

c) $12^4 : (-12) = (-12)^3 = -12^3$

d) $(-4)^{10} : (+4)^6 = 4^4$

16. Aplica la propiedad $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, y reduce.

a) $(x^3)^2$

b) $(m^4)^3$

c) $(a^3)^3$

d) $(z^6)^3$

a) $(x^3)^2 = x^6$

b) $(m^4)^3 = m^{12}$

c) $(a^3)^3 = a^9$

d) $(z^6)^3 = z^{18}$

17. Copia y completa en tu cuaderno.

a) $(3^2)^4 = 3^{\square}$

b) $[(-2)^4]^3 = (-2)^{\square}$

c) $[(+5)^2]^2 = (+5)^{\square}$

d) $[(-6)^3]^5 = (-6)^{\square}$

a) $(3^2)^4 = 3^8$

b) $[(-2)^4]^3 = (-2)^{12}$

c) $[(+5)^2]^2 = (+5)^4$

d) $[(-6)^3]^5 = (-6)^{15}$

18. Reduce a una sola potencia y calcula.

a) $[(-2)^2]^2$

b) $[(+5)^3]^2$

c) $[(+7)^3]^3$

d) $[(-4)^2]^4$

a) $[(-2)^2]^2 = (-2)^4 = 2^4$

b) $[(+5)^3]^2 = 5^6$

c) $[(+7)^3]^3 = 7^9$

d) $[(-4)^2]^4 = (-4)^8 = 4^8$

19. Reduce como en el ejemplo.

• $(a^6 \cdot a^4) : a^7 = a^{10} : a^7 = a^3$

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4$

b) $m^7 : (m^2 \cdot m^3)$

c) $(a \cdot a^6) : (a^2 \cdot a^4)$

d) $(z^5 \cdot z^3) : (z^4 \cdot z^2)$

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4 = x^7 : x^4 = x^3$

b) $m^7 : (m^2 \cdot m^3) = m^7 : m^5 = m^2$

c) $(a \cdot a^6) : (a^2 \cdot a^4) = a^7 : a^6 = a$

d) $(z^5 \cdot z^3) : (z^4 \cdot z^2) = z^8 : z^6 = z^2$

20. Calcula como en el ejemplo.

• $[(-4)^7 \cdot 4^3] : [(-4)^2]^4 = (-4)^{10} : (-4)^8 = (-4)^2 = 16$

a) $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5$

b) $[(-2)^6 \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^2$

c) $[(-3)^3]^3 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$

d) $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3$

a) $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5 = 5^{12} : 5^{10} = 5^2$

b) $[(-2)^6 \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^2 = 2^9 : 2^6 = 2^3$

c) $(-3)^9 : (-3)^5 = (-3)^4 = 3^4$

d) $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3 = 7^{13} : 7^{12} = 7$

21. Calcula como en el ejemplo.

• $12^5 : 6^5 = (12 : 6)^5 = 2^5 = 32$

a) $15^4 : 5^4$

b) $(-12)^3 : 6^3$

c) $(-20)^5 : (-2)^5$

d) $8^6 : (-2)^6$

e) $(6^3 \cdot 4^3) : (-8)^3$

f) $[8^4 \cdot (-5)^4] : (-20)^4$

a) $15^4 : 5^4 = (15 : 5)^4 = 3^4 = 81$

b) $(-12)^3 : 6^3 = [(-12) : 6]^3 = [-2]^3 = -8$

c) $(-20)^5 : (-2)^5 = [(-20) : (-2)]^5 = [+10]^5 = 100\,000$

d) $8^6 : (-2)^6 = [8 : (-2)]^6 = [-4]^6 = 4\,096$

e) $(6^3 \cdot 4^3) : (-8)^3 = [(6 \cdot 4) : (-8)]^3 = [24 : (-8)]^3 = [-3]^3 = -27$

f) $[8^4 \cdot (-5)^4] : (-20)^4 = [[8 \cdot (-5)] : (-20)]^4 = [(-40) : (-20)]^4 = [2]^4 = 16$

22. Opera y calcula.

a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$

b) $(-12)^7 : [(-3)^5 \cdot 4^5]$

c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$

d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$

e) $8^4 : (2^5 \cdot 4^2)$

f) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4) = 10^6 : (5 \cdot 2)^4 = 10^6 : (10)^4 = 10^2 = 100$

b) $(-12)^7 : [(-3)^5 \cdot 4^5] = (-12)^7 : [(-3) \cdot 4]^5 = (-12)^7 : (-12)^5 = (-12)^2 = 144$

c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4 = [(-9) \cdot (-2)]^5 : 18^4 = 18^5 : 18^4 = 18$

d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4 = [5 \cdot (-4)]^7 : 20^4 = (-20)^7 : 20^4 = (-20)^3 = -8\,000$

e) $8^4 : (2^5 \cdot 4^2) = (2^3)^4 : (2^5 \cdot (2^2)^2) = 2^{12} : (2^5 \cdot 2^4) = 2^{12} : 2^9 = 2^3 = 8$

f) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5] = (5^2)^3 : [(-15) : 3]^5 = 5^6 : (-5)^5 = -5$

5 Raíces de números enteros

Página 39

1. Calcula, si existen, estas raíces.

a) $\sqrt{(+1)}$

b) $\sqrt{(-1)}$

c) $\sqrt{(+25)}$

d) $\sqrt{(-36)}$

e) $\sqrt{(+100)}$

f) $\sqrt{(-100)}$

g) $\sqrt{(-169)}$

h) $\sqrt{(+400)}$

i) $\sqrt{(-900)}$

a) ± 1

b) No existe.

c) ± 5

d) No existe.

e) ± 10

f) No existe.

g) No existe.

h) ± 20

i) No existe.

2. Reflexiona y calcula, si existen.

a) $\sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[3]{-27}$

c) $\sqrt[4]{16}$

d) $\sqrt[4]{-16}$

e) $\sqrt[5]{32}$

f) $\sqrt[4]{-32}$

g) $\sqrt[7]{-1}$

h) $\sqrt[8]{-1}$

i) $\sqrt[6]{+64}$

a) 3

b) -3

c) ± 2

d) No existe.

e) 2

f) No existe.

g) -1

h) No existe.

i) ± 2

Ejercicios y problemas

Página 40

Los números enteros

1.  Asocia cada enunciado con un número entero.


- a) Ayer gasté cinco euros en un cómic.
- b) Me he encontrado una moneda de dos euros.
- c) Ha llegado una factura de 57 euros.
- d) Al concierto acudieron 2 480 personas.
- e) Se ha obtenido una cosecha de once toneladas de aceituna.
- f) La temperatura ha bajado de cinco grados a dos bajo cero.
- g) Subo desde el primer sótano hasta la quinta planta.

a) -5 b) +2 c) -57 d) +2 480 e) +11 f) -7 g) +6

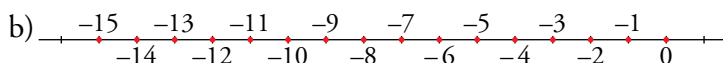
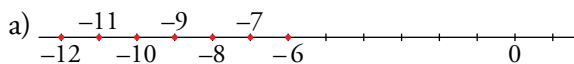
2.  Ordena de menor a mayor.

-6, +8, -16, -3, +12, -7, +4, +15, -11

$-16 < -11 < -7 < -6 < -3 < +4 < +8 < +12 < +15$

3.  Dibuja una recta numérica y representa:

- a) Todos los enteros de una cifra menores que -5.
- b) Todos los enteros de dos cifras mayores que -16 y menores que 1.



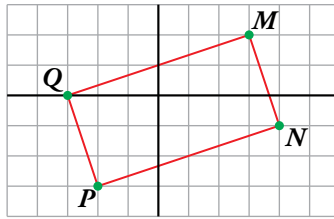
4.  ¿Verdadero o falso?

- a) Hay números enteros cuyo valor absoluto es una cantidad negativa.
- b) El único entero igual a su opuesto es el cero.
- c) El valor absoluto de un entero positivo es siempre mayor que el de otro entero negativo.
- d) El valor absoluto de un entero positivo es igual que el de su opuesto negativo.
- e) Siendo a y b dos números enteros negativos:

Si $a < b$, entonces $|a| > |b|$.

- a) Falso. $|a| \geq 0$
- b) Verdadero. Si $a = -a$, ha de ser $a = 0$.
- c) Falso. Por ejemplo, $|5| = 5 < |-8| = 8$.
- d) Verdadero. $|a| = |-a|$
- e) Verdadero.

5.  Escribe las coordenadas de los vértices de este rectángulo.




$$P = (-2, -3) \quad Q = (-3, 0) \quad M = (3, 2) \quad N = (4, -1)$$

6.  Dibuja un rectángulo igual que el anterior, con el vértice M en el punto $(-1, 0)$, y escribe las coordenadas de los otros tres.



$$N = (0, -3) \quad P = (-6, -5) \quad Q = (-7, -2)$$


Suma y resta de números enteros

7.  Calcula mentalmente.

- | | | | |
|---------------|---------------|--------------|---------------|
| a) $5 - 9$ | b) $5 - 11$ | c) $13 - 9$ | d) $22 - 30$ |
| e) $21 - 33$ | f) $46 - 52$ | g) $-8 - 14$ | h) $-21 - 15$ |
| i) $-33 - 22$ | j) $-13 + 18$ | k) $-22 + 9$ | l) $-37 + 21$ |
| a) -4 | b) -6 | c) 4 | d) -8 |
| e) -12 | f) -6 | g) -22 | h) -36 |
| i) -55 | j) 5 | k) -13 | l) -16 |

8.  Calcula.

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) $5 - 8 - 4 + 3 - 6 + 9$ | b) $10 - 11 + 7 - 13 + 15 - 6$ |
| c) $9 - 2 - 7 - 11 + 3 + 18 - 10$ | d) $-7 - 15 + 8 + 10 - 9 - 6 + 11$ |
| a) -1 | b) 2 |
| c) 0 | d) -8 |

9.  Opera.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| a) $16 + [3 - 9 - (11 - 4)]$ | b) $8 - [(6 - 9) - (7 - 13)]$ |
| c) $(6 - 15) - [1 - (1 - 5 - 4)]$ | d) $(2 - 12 + 7) - [(4 - 10) - (5 - 15)]$ |
| e) $[9 - (5 - 17)] - [11 - (6 - 13)]$ | |
| a) 3 | b) 5 |
| c) -18 | d) -7 |
| e) 3 | |

10.  Quita paréntesis y calcula.

a) $6 - (5 - [4 - (3 - 2)])$

b) $6 - (7 - [8 - (9 - 10)])$

c) $10 + (11 - [12 + (13 - 14)])$

d) $10 - (9 + [8 - (7 + 6)])$

e) $[(3 - 8) - 5] + (-11 + [7 - (3 - 4)])$

a) 4

b) 8

c) 10

d) 6

e) -13

Multiplicación y división de números enteros

11.  Opera aplicando la regla de los signos.

a) $(-4) \cdot (+7)$

b) $(-21) : (+3)$

c) $(-6) \cdot (-8)$

d) $(+30) : (+5)$

e) $(+10) \cdot (+5)$

f) $(-63) : (-9)$

g) $(-9) \cdot (-5)$

h) $(+112) : (-14)$

a) -28

b) -7

c) +48

d) +6

e) +50

f) +7

g) +45

h) -8

12.  Obtén el valor de x en cada caso:

a) $x \cdot (-9) = +9$

b) $(-5) : x = -1$

c) $(-5) \cdot x = -45$

d) $x : (-4) = +3$

e) $x \cdot (+6) = -42$

f) $(+28) : x = -7$

a) $x = -1$

b) $x = 5$

c) $x = 9$

d) $x = -12$

e) $x = -7$

f) $x = -4$

Página 41

13.  Calcula.

a) $(-2) \cdot [(+3) \cdot (-2)]$

b) $[(+5) \cdot (-3)] \cdot (+2)$

c) $(+6) : [(-30) : (-15)]$

d) $[(+40) : (-4)] : (-5)$

e) $(-5) \cdot [(-18) : (-6)]$

f) $[(-8) \cdot (+3)] : (-4)$

g) $[(-21) : 7] \cdot [8 : (-4)]$

h) $[6 \cdot (-10)] : [(-5) \cdot 6]$

a) 12

b) -30

c) 3

d) 2

e) -15

f) 6

g) 6

h) 2

Operaciones combinadas con números enteros

14.  Calcula.

a) $5 - 4 \cdot 3$

b) $2 \cdot 9 - 7$

c) $4 \cdot 5 - 6 \cdot 3$

d) $2 \cdot 8 - 4 \cdot 5$

e) $16 - 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5 - 19$

f) $5 \cdot 6 - 21 - 3 \cdot 7 + 12$

a) -7


b) 11

c) 2

d) -4

e) -21

f) 0

15.  Opera dentro del paréntesis y, después, multiplica.

a) $-5 \cdot (4 - 9)$

b) $5 \cdot (9 - 4) - 12$

c) $1 + 4 \cdot (6 - 10)$

d) $6 \cdot (8 - 12) - 3 \cdot (5 - 11)$

e) $4 \cdot (13 - 8) + 3 \cdot (9 - 15)$


a) $-5 \cdot (-5) = 25$

b) $5 \cdot 5 - 12 = 25 - 12 = 13$

c) $1 + 4 \cdot (-4) = 1 - 16 = -15$

d) $6 \cdot (-4) - 3 \cdot (-6) = -24 + 18 = -6$

e) $4 \cdot 5 + 3 \cdot (-6) = 20 - 18 = 2$

16.  Calcula y observa que el resultado varía según la posición de los paréntesis.

a) $17 - 6 \cdot 2$

b) $(17 - 6) \cdot 2$

c) $(-10) - 2 \cdot (-3)$

d) $[(-10) - 2] \cdot (-3)$

e) $(-3) \cdot (+5) + (-2)$

f) $(-3) \cdot [(+5) + (-2)]$

a) $17 - 12 = 5$

b) $11 \cdot 2 = 22$

c) $-10 + 6 = -4$

d) $(-12) \cdot (-3) = 36$

e) $-15 - 2 = -17$

f) $(-3) \cdot (+3) = -9$

17.  Calcula paso a paso.

a) $5 \cdot (-4) - 2 \cdot (-6) + 13$

b) $-6 \cdot (+4) + (-3) \cdot 7 + 38$

c) $(-2) \cdot (+8) - (-5) \cdot (-6) + (-9) \cdot (+4)$

d) $(-9) \cdot (+5) \cdot (-8) \cdot (+7) - (+4) \cdot (-6)$

a) $-20 + 12 + 13 = -20 + 25 = 5$

b) $-24 - 21 + 38 = -45 + 38 = -7$

c) $-16 - 30 - 36 = -82$

d) -2496

18.  Opera.

a) $5 \cdot [11 - 4 \cdot (11 - 7)]$

b) $(-4) \cdot [12 + 3 \cdot (5 - 8)]$

c) $6 \cdot [18 + (-4) \cdot (9 - 4)] - 13$

d) $4 - (-2) \cdot [-8 - 3 \cdot (5 - 7)]$

e) $24 - (-3) \cdot [13 - 4 - (10 - 5)]$

f) $6 \cdot (7 - 11) + (-5) \cdot [5 \cdot (8 - 2) - 4 \cdot (9 - 4)]$

a) $5 \cdot [11 - 4 \cdot 4] = 5 \cdot [11 - 16] = 5 \cdot (-5) = -25$


b) $(-4) \cdot [12 + 3 \cdot (-3)] = (-4) \cdot [12 - 9] = (-4) \cdot 3 = -12$

c) $6 \cdot [18 + (-4) \cdot 5] - 13 = 6 \cdot [18 - 20] - 13 = 6 \cdot (-2) - 13 = -12 - 13 = -25$

d) $4 + 2 \cdot [-8 - 3 \cdot (-2)] = 4 + 2 \cdot [-8 + 6] = 4 + 2 \cdot [-2] = 4 - 4 = 0$

e) $24 + 3 \cdot [13 - 4 - 5] = 24 + 3 \cdot 4 = 24 + 12 = 36$

f) $6 \cdot (-4) + (-5) \cdot [5 \cdot 6 - 4 \cdot 5] = -24 - 5 \cdot [30 - 20] = -24 - 5 \cdot 10 = -24 - 50 = -74$

19.  Calcula paso a paso.

a) $10 : [8 - 12 : (11 - 9)]$

b) $6 : (13 - 15) - [(8 - 4) : (-2) - 6 : (-3)]$

c) $[16 : (-8) + (-21) : (-3)] - 9 : (-3)$

a) $10 : [8 - 12 : (11 - 9)] = 10 : [8 - 12 : 2] = 10 : [8 - 6] = 10 : 2 = 5$

b) $6 : (13 - 15) - [(8 - 4) : (-2) - 6 : (-3)] = 6 : (-2) - [4 : (-2) + 2] = -3 - [-2 + 2] = -3$

c) $[16 : (-8) + (-21) : (-3)] - 9 : (-3) = [-2 + 7] + 3 = 5 + 3 = 8$

Potencias de números enteros

20.  Calcula.

a) $(-2)^1$

b) $(-2)^2$

c) $(-2)^3$

d) $(-2)^4$

e) $(-2)^5$

f) $(-2)^6$

g) $(-2)^7$

h) $(-2)^8$

i) $(-2)^9$

a) -2

b) 4

c) -8

d) 16

e) -32

f) 64

g) -128

h) 256

i) -512

21.  Calcula.

a) $(-5)^4$

b) $(+4)^5$

c) $(-6)^3$

d) $(+7)^3$

e) $(-8)^2$

f) $(-10)^7$

a) 625


b) 1024

c) -216

d) 343

e) 64

f) -10 000 000

22.  Observa y, después, calcula.

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +8$$

$$-2^3 = -(2 \cdot 2 \cdot 2) = -8$$

$$+2^3 = +(2 \cdot 2 \cdot 2) = +8$$

a) $(-3)^4$

b) $(+3)^4$

c) -3^4

d) $+3^4$

a) 81

b) 81

c) -81

d) 81

23.  Expresa como potencia de un único número.

a) $10^4 : 5^4$

b) $12^7 : (-4)^7$

c) $(-9)^6 : 3^6$

d) $2^6 \cdot 2^6$

e) $(-4)^5 \cdot (-2)^5$

f) $2^4 \cdot (-5)^4$

a) $10^4 : 5^4 = (2 \cdot 5)^4 : 5^4 = (2^4 \cdot 5^4) : 5^4 = 2^4$


b) $12^7 : (-4)^7 = (3 \cdot 4)^7 : (-4)^7 = (3^7 \cdot 4^7) : (-4)^7 = -3^7$

c) $(-9)^6 : 3^6 = 3^{12} : 3^6 = 3^6$

d) $2^6 \cdot 2^6 = 2^{12}$

e) $(-4)^5 \cdot (-2)^5 = -(4^5) \cdot (-2)^5 = 4^5 \cdot 2^5 = 2^{10} \cdot 2^5 = 2^{15}$

f) $2^4 \cdot (-5)^4 = 2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4$

24.  Reduce a una sola potencia.

a) $(x^2)^5$

b) $(m^4)^3$

c) $[a^{10} : a^6]^2$

d) $(a \cdot a^3)^3$

e) $(x^5 : x^2) \cdot x^4$

f) $(x^6 \cdot x^4) : x^7$

a) $(x^2)^5 = x^{10}$


b) $(m^4)^3 = m^{12}$

c) $[a^{10} : a^6]^2 = a^8$

d) $(a \cdot a^3)^3 = a^{12}$

e) $(x^5 : x^2) \cdot x^4 = x^7$

f) $(x^6 \cdot x^4) : x^7 = x^3$

25.  Expresa como una potencia única.

a) $5^2 \cdot (-5)^3$

b) $(-6)^8 : (-6)^5$

c) $[7^4 \cdot (-7)^4] : (-7)^6$

d) $(2^4)^3 : 2^9$

e) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$

f) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$

a) $5^2 \cdot (-5)^3 = -5^5$

b) $(-6)^8 : (-6)^5 = -6^3$

c) $[7^4 \cdot (-7)^4] : (-7)^6 = 7^2$

d) $(2^4)^3 : 2^9 = 2^3$

e) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3 = -3^3$

f) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2 = 5^4$

26.  Opera y calcula.

a) $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3$

b) $10^2 : [(5^2)^3 : 5^4]$

c) $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2$

d) $[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4$

e) $[(3^4)^2 : 3^6] \cdot 2^2$

f) $7^2 \cdot [9^8 : (9^3)^2]$

a) $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3 = [2^9 : 2^6] \cdot 5^3 = 2^3 \cdot 5^3 = 10^3 = 1\,000$

b) $10^2 : [(5^2)^3 : 5^4] = 10^2 : [5^6 : 5^4] = 10^2 : 5^2 = (10 : 5)^2 = 2^2 = 4$

c) $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2 = 6^3 : [2 \cdot 3]^2 = 6^3 : 6^2 = 6$

d) $[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4 = [6^4 \cdot 4^4] : (2^3)^4 = [6 \cdot 4]^4 : (2^3)^4 = [3 \cdot 2^3]^4 : (2^3)^4 = 3^4 = 81$

e) $[(3^4)^2 : 3^6] \cdot 2^2 = [3^8 : 3^6] \cdot 2^2 = [3^2] \cdot 2^2 = (3 \cdot 2)^2 = 6^2 = 36$

f) $7^2 \cdot [9^8 : (9^3)^2] = 7^2 \cdot [9^8 : 9^6] = 7^2 \cdot 9^2 = 63^2 = 3\,969$

Página 42

Raíces de números enteros

27.  Calcula.

a) $\sqrt{49}$

b) $\sqrt{7^2}$

c) $\sqrt{-49}$

d) $\sqrt{15^2}$

e) $\sqrt{225}$

f) $\sqrt{-225}$

g) $\sqrt{2\,500}$

h) $\sqrt{50^2}$

i) $\sqrt{-2\,500}$

a) ± 7

b) ± 7

c) No existe.

d) ± 15

e) ± 15

f) No existe.

g) ± 50

h) ± 50

i) No existe.

28.  Calcula.

a) $\sqrt{2^2}$

b) $\sqrt{9^2}$

c) $\sqrt{13^2}$

d) $\sqrt{a^2}$

e) $\sqrt{m^2}$

f) $\sqrt{y^2}$

a) $\sqrt{2^2} = 2$


b) $\sqrt{9^2} = 9$

c) $\sqrt{13^2} = 13$

d) $\sqrt{a^2} = a$

e) $\sqrt{m^2} = m$

f) $\sqrt{y^2} = y$

29.  Observa el ejemplo y reduce.

• $\sqrt{x^6} = \sqrt{x^{3 \cdot 2}} = \sqrt{(x^3)^2} = x^3$

a) $\sqrt{(x^2)^2}$

b) $\sqrt{(m^3)^2}$

c) $\sqrt{(a^4)^2}$

d) $\sqrt{x^4}$

e) $\sqrt{m^6}$

f) $\sqrt{a^8}$

a) $\sqrt{(x^2)^2} = x^2$

b) $\sqrt{(m^3)^2} = m^3$

c) $\sqrt{(a^4)^2} = a^4$

d) $\sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = x^2$

e) $\sqrt{m^6} = \sqrt{(m^3)^2} = m^3$

f) $\sqrt{a^8} = \sqrt{(a^4)^2} = a^4$

30.  Calcula, si existen, las siguientes raíces:

a) $\sqrt{x^2}$

b) $\sqrt{(-x)^2}$

c) $\sqrt{-x^2}$

d) $\sqrt{a^4}$

e) $\sqrt{(-a)^4}$

f) $\sqrt{-a^4}$

g) $\sqrt{m^2}$

h) $\sqrt{(-m)^6}$

i) $\sqrt{-m^6}$

a) $\pm x$

b) $\pm x$

c) No existe.

d) $\pm a^2$


e) $\pm a^2$

f) No existe.

g) $\pm m^3$

h) $\pm m^3$

i) No existe.

31.  Calcula, si existen, estas raíces:

a) $\sqrt[3]{1}$

b) $\sqrt[3]{-1}$

c) $\sqrt[3]{64}$

d) $\sqrt[4]{625}$

e) $\sqrt[4]{-625}$

f) $\sqrt[4]{10\,000}$

a) 1

b) -1

c) 4

d) ± 5

e) No existe.

f) ± 10

32.  Calcula.

a) $\sqrt[3]{a^3}$

b) $\sqrt[4]{x^4}$

c) $\sqrt[5]{m^5}$

a) a

b) $\pm x$

c) m

33.  Observa el ejemplo y razona, en cada caso, de manera similar.

• $\sqrt[4]{x^{12}} = \sqrt[4]{x^{3 \cdot 4}} = \sqrt[4]{(x^3)^4} = x^3$

a) $\sqrt[3]{a^{12}}$

b) $\sqrt[5]{m^{10}}$


c) $\sqrt{x^{10}}$

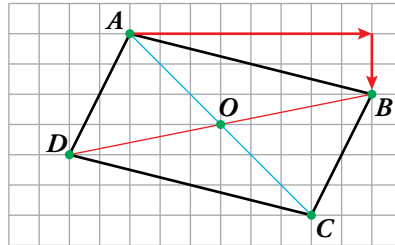
a) $\sqrt[3]{a^{12}} = a^4$, ya que $(a^4)^3 = a^{4 \cdot 3} = a^{12}$

b) $\sqrt[5]{m^{10}} = m^2$, ya que $(m^2)^5 = m^{2 \cdot 5} = m^{10}$

c) $\sqrt{x^{10}} = \pm x^5$, ya que $(x^5)^2 = x^{10}$ y $(-x^5)^2 = x^{10}$

Interpreta, describe, exprésate

34.  En el siguiente paralelogramo definimos, con dos números enteros, el desplazamiento que nos lleva desde el punto A al punto B .




Desplazamiento desde A hasta B



$[+8, -2]$

- ¿Cómo definiríamos, con el mismo código, el desplazamiento desde B hasta A ?
- ¿De qué vértice a qué vértice irías con el desplazamiento $[-2, -4]$?
- Expresa, con el mismo código, los desplazamientos que llevan desde el centro O a cada uno de los vértices.
 - Desplazamiento desde B hasta $A \rightarrow [-8, +2]$
 - Nos desplazaríamos desde A hasta D y, también, desde B hasta C .
 - Desplazamiento desde O hasta $A \rightarrow [-3, +3]$
 Desplazamiento desde O hasta $B \rightarrow [+5, +1]$
 Desplazamiento desde O hasta $C \rightarrow [+3, -3]$
 Desplazamiento desde O hasta $D \rightarrow [-5, -1]$

35.  Una plataforma petrolífera marina se sostiene sobre flotadores, a 55 metros sobre la superficie del agua, anclada en una zona con una profundidad de 470 metros.

Sobre ella, hay una grúa de 35 metros de altura, de la que pende un cable y, en su extremo, un batiscafo auxiliar que se utiliza para los trabajos de mantenimiento de la plataforma.

En este momento, la grúa ha largado 120 metros de cable y sigue bajando el batiscafo a razón de un metro cada 3 segundos.

- ¿Cuál o cuáles de estas expresiones representan la distancia del batiscafo al fondo en este momento?

$$470 + 55 + 35 - 120$$

$$470 - [120 - (55 + 35)]$$

$$(470 + 55) - (120 - 35)$$

- ¿Cuánto tardará el batiscafo en llegar al fondo?
- ¿Cuánto tardará la grúa en izar el batiscafo hasta la superficie de la plataforma, si sube a la misma velocidad que baja?

- a) Todas las expresiones son equivalentes y representan la posición del batiscafo, que está a 440 m del fondo.
- b) Tardará $440 \cdot 3 = 1\,320$ segundos. Esto es, $1\,320 : 60 = 22$ minutos.
- c) Desde el fondo hasta la plataforma, hay $470 + 55 = 525$ m.
Tardará $525 \cdot 3 = 1\,575$ s = 26,25 min = 26 min 15 s

Resuelve problemas

36.  El brazo mecánico de un robot ha sido programado de la siguiente forma:

- Encendido: inicio del programa.
- Primer minuto: avanza 1 cm y retrocede 5 cm.
- Segundo minuto: avanza 2 cm y retrocede 5 cm.
- Tercer minuto: avanza 3 cm y retrocede 5 cm.

Y así continúa, hasta que, al final de un determinado minuto, se encuentra en la posición inicial. Entonces, repite el proceso.


¿Cuántas veces repite el ciclo en hora y media? Justifica la respuesta.

Veamos cuánto dura un ciclo completo:

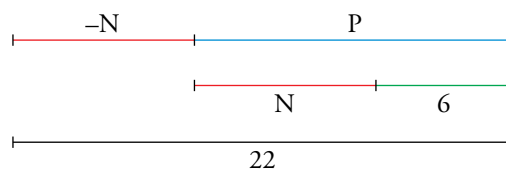
MINUTO	1	2	3	4	5	6	7	8	9
AVANCE	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RETROCESO	5	5	5	5	5	5	5	5	5
VARIACIÓN	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
POSICIÓN	-4	-7	-9	-10	-10	-9	-7	-4	0

Un ciclo completo dura 9 minutos.

Por tanto, en hora y media (90 min), repetirá el ciclo $90 : 9 = 10$ veces.

37.  Tengo dos cuentas en el mismo banco, una con algo de dinero y la otra en números rojos. La suma de los saldos es 6 €, y la diferencia 22 €. ¿Cuál es el saldo de cada cuenta?


Llamamos N al saldo negativo, y P, al saldo positivo.



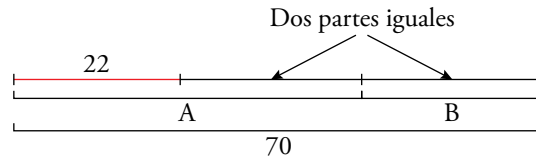
Según vemos en el gráfico, $2N + 6 = 22$. Por lo tanto, $N = 8$.

Puesto que $P = N + 6$, tenemos que $P = 14$.

En consecuencia, el saldo de la cuenta negativa es de -8 € y el saldo de la cuenta positiva es de $+14$ €.

38.  La suma de dos números enteros es -22 , y la suma de sus valores absolutos, 70 .
¿Cuáles son esos números?


Llamamos A y B a los números enteros. Con los datos que nos da el enunciado elaboramos el siguiente gráfico:



$$70 - 22 = 48, \text{ y } 48 : 2 = 24$$


$$B = 24 \text{ y } A = -(24 + 22) = -46$$

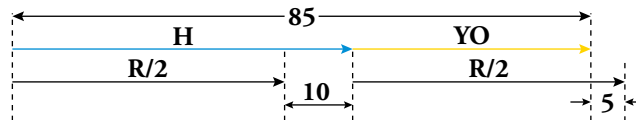
Los dos números son 24 y -46 .

39.  Si escribes todos los números enteros desde -50 hasta $+50$, ¿cuántas veces habrás utilizado la cifra 7? ¿Y la cifra 5? ¿Y la cifra 3?

- La cifra 7 se ha utilizado 10 veces.
- La cifra 5 se ha utilizado 12 veces.
- La cifra 3 se ha utilizado 30 veces.

Problemas “+”

40.  Voy con mi hermano a comprar el regalo que hemos elegido para nuestra madre. Mi hermano dice que después de poner su parte, aún le sobran 10 € . Yo le pido un préstamo, porque me faltan 5 € para poner la mía. ¿Cuánto cuesta el regalo, sabiendo que entre los dos tenemos 85 € ?



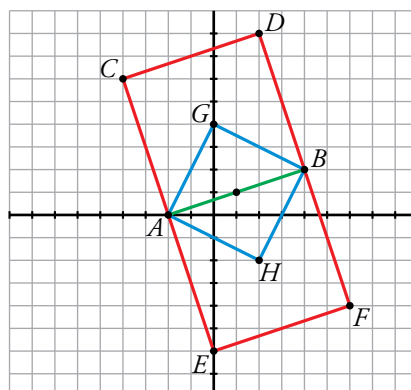
Observando el gráfico, el regalo cuesta $85 - 10 + 5 = 80 \text{ €}$.

41.  Dibuja unos ejes de coordenadas y los puntos $A(-2, 0)$ y $B(4, 2)$.

Traza todos los cuadrados que tienen por vértices esos puntos (son tres distintos).

Por último, escribe las coordenadas de los vértices de cada uno de esos cuadrados.

 No olvides el cuadrado cuya diagonal es AB .



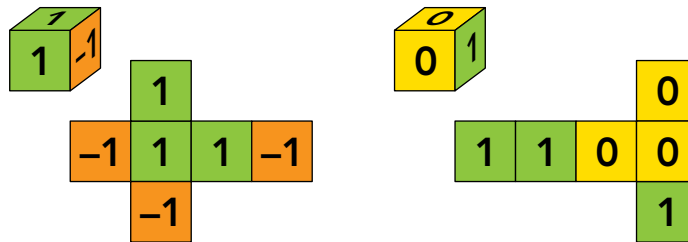
$C(-4, 6)$ $D(2, 8)$ $E(0, -6)$ $F(6, -4)$ $G(0, 4)$ $H(2, -2)$

Taller de matemáticas

Página 44

Observa, reflexiona y explica

- Se tiran estos dos dados y se suman los puntos obtenidos.



Si se obtiene un resultado positivo, gano yo.

En caso contrario, ganas tú.

¿Cuál de los dos lleva ventaja? Explica tu respuesta.

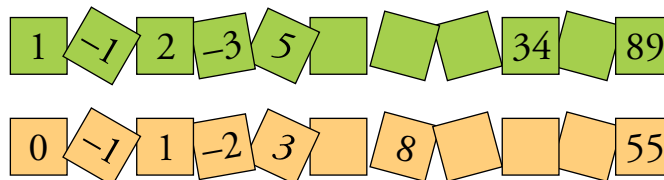
Hagamos una tabla:

	0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	2	2	2
-1	-1	-1	-1	0	0	0
-1	-1	-1	-1	0	0	0
-1	-1	-1	-1	0	0	0

De 36 resultados posibles, 18 son positivos y 18 no. Por tanto, ningún jugador tiene ventaja. Es un juego equitativo.

Piensa y deduce

- Averigua la ley de formación de estas series y cópialas completando las casillas vacías.



En ambos casos, cada término se obtiene restando los dos anteriores.

- Primera serie $\rightarrow 2 = 1 - (-1); -3 = -1 - 2; \dots$

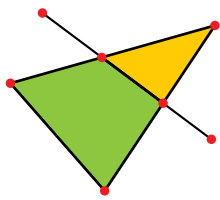
Términos que faltan $\rightarrow -3 - 5 = -8; 5 - (-8) = 13; -8 - 13 = -21$ y $-21 - 34 = -55$

- Segunda serie $\rightarrow 1 = 0 - (-1); -2 = -1 - 1; \dots$

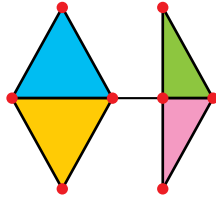
Términos que faltan $\rightarrow -2 - 3 = -5; -5 - 8 = -13; 8 - (-13) = 21$ y $-13 - 21 = -34$

Observa y reflexiona

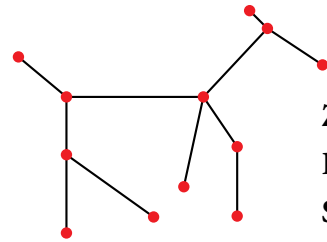
- En cada figura puedes encontrar algunas zonas cerradas, unos cuantos puntos y unos cuantos segmentos.



$$\begin{aligned} Z &\rightarrow 2 \\ P &\rightarrow 7 \\ S &\rightarrow 8 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} Z &\rightarrow 4 \\ P &\rightarrow 8 \\ S &\rightarrow 11 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} Z &\rightarrow 0 \\ P &\rightarrow 12 \\ S &\rightarrow 11 \end{aligned}$$

Busca una relación numérica entre las zonas, los puntos y los segmentos.

(Ayuda: compara $Z + P$ con S).

En todas las figuras se cumple que $Z + P = S + 1$.

Entrénate resolviendo problemas

Reflexiona, tantea, prueba

- **Un examen consta de 50 preguntas, cada una con cuatro posibles respuestas. Por cada respuesta correcta se dan 3 puntos y por cada respuesta incorrecta se quita 1 punto. Las preguntas no respondidas no puntúan. Un alumno que respondió a 42 preguntas tiene 58 puntos. ¿Cuántos aciertos tuvo?**

Las 8 preguntas que no contesta no se cuentan. Razonamos sobre las otras 42.

Si las hubiera acertado todas, tendría $42 \cdot 3 = 126$ puntos.

Cada pregunta que falla supone restar 4 puntos, 3 que no gana y 1 que pierde.

$126 - 58 = 68$ puntos menos que el máximo posible.

$68 : 4 = 17$ preguntas falladas

$42 - 17 = 25$ preguntas acertadas

- **Rafa tiene 37 años y Elena, 36. El producto de las edades de sus tres hijas es 390. ¿Qué edades tienen las hijas?**

Da todas las posibles soluciones.

Hemos de encontrar tres números cuyo producto sea $390 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$ y que, además, puedan ser, razonablemente, edades de hijas de una pareja de menos de 40 años.

Si 13 lo multiplicamos por 2, 3 o 5, el resultado (26 años, 39 años...) ya no es razonable, no pueden ser hijas de una pareja de menos de 40 años. Por tanto, una de las chicas tiene 13 años.

Las posibles soluciones son:

13, 5, 6

13, 10, 3

13, 15, 2

- ¿Cuánto cuesta el salchichón? ¿Y el queso? ¿Y el jamón?



Llamamos: queso → Q, salchichón → S, jamón → J

$$\boxed{1Q} \quad \boxed{1S} \leftrightarrow 4 \text{ €}$$

$$\boxed{1S} \quad \boxed{1J} \leftrightarrow 5 \text{ €}$$

$$\boxed{1J} \quad \boxed{1Q} \leftrightarrow 6 \text{ €}$$

Sumando, $\boxed{2Q} \quad \boxed{2S} \quad \boxed{2J} \leftrightarrow 15 \text{ €}$

Simplificando, $\boxed{1Q} \quad \boxed{1S} \quad \boxed{1J} \leftrightarrow 7,50 \text{ €}$

$$\boxed{1Q} \quad \boxed{1S} \quad \boxed{1J} \leftrightarrow 7,50 \text{ €}$$

$$\boxed{1Q} \quad \boxed{1S} \leftrightarrow 4 \text{ €}$$

$$\boxed{1J} \leftrightarrow 3,50 \text{ €}$$

$$\boxed{1Q} \quad \boxed{1S} \quad \boxed{1J} \leftrightarrow 7,50 \text{ €}$$

$$\boxed{1Q} \quad \quad \quad \boxed{1J} \leftrightarrow 6 \text{ €}$$

$$\boxed{1S} \leftrightarrow 1,50 \text{ €}$$

$$\boxed{1Q} \quad \boxed{1S} \quad \boxed{1J} \leftrightarrow 7,50 \text{ €}$$

$$\quad \quad \quad \boxed{1S} \quad \boxed{1J} \leftrightarrow 5 \text{ €}$$

$$\boxed{1Q} \quad \quad \quad \leftrightarrow 2,50 \text{ €}$$